

拉索预应力空间网格结构的优化设计

邓 华 董石麟

摘 要 本文讨论了以结构自重为目标函数,以拉索张力和杆件截面尺寸为设计变量,考虑应力和位移约束的拉索预应力空间网格的优化设计问题。建立了该结构优化设计的数学模型。提出了解决该优化问题的二级优化算法。从本文的两个算例可以看出,二级优化算法有较好的计算效率和收敛性,便于工程应用。

关键词 预应力结构 空间网格结构 优化设计

1 概述

拉索预应力空间网格结构是近几年发展比较快的新型空间结构体系。在空间网格结构中通过拉索引入预应力,能够有效地提高结构承载力,控制结构变形,降低工程造价。关于拉索预应力空间网格结构优化设计研究的内容,可以从两个方面来看。首先从杆件结构体系的角度来看,拉索预应力空间网格结构与空间网格结构一样,存在截面优化、形状优化、拓扑优化和布局优化等优化设计问题^[1];其次从预应力的角度来看,该结构的优化设计还包括拉索的最优布置和索力优化等内容。第一个方面的内容,已经有较多的文献涉及。其中考虑杆件截面尺寸为离散变量^[2]的优化方法也有较多的研究,文[3]提出的相对差商法对杆系结构的优化设计问题伴随较深入的研究,但该算法的结构重分析次数是设计变量的二次方的量级,对于设计变量通常规模较大的空间网格结构的优化设计问题有相当的局限性,不便于工程应用。空间杆系结构形状优化、拓扑优化^[3]的研究工作还不多,布局优化^[3]的研究更是很少。对于第二方面的内容,拉索的最优布置属于布局优化的范畴,直接建立数学模型进行优化分析是非常困难的。实际工程中拉索的布置是结构受力分析、经验、多方案比较等因素的结果。本文主要讨论的同时考虑拉索张力和杆件截面面积

为设计变量,以结构自重为目标函数的优化设计问题。

国内外有关拉索预应力空间网格结构考虑拉索张力与结构杆件截面尺寸共同优化的文献还未曾见到。在理论上,一般可以借鉴和参考预应力平面桁架的研究成果^{[4]-[7]}。从相关的文献可以看出,拉索预应力空间网格结构的此类优化设计问题的主要难点为:1. 设计变量数多、解题规模很大,利用通常的优化设计方法很可能造成解题效率低下。因此寻求一种有较高效率的优化设计方法是关键的问题。2. 由于预应力变量和截面尺寸变量在数值大小和性质上的差异,往往会影响优化算法的收敛性。在研究的过程中发现,如果采用的优化方法对两类变量不与区分,往往造成矩阵奇异或迭代的不收敛。因此两类变量在优化算法中应该妥善处理。

2. 拉索预应力空间网格结构的分析方法

关于拉索预应力结构中预应力产生的本质问题,由于传统的分析方法是将拉索的预张力作为外力参与结构分析,从而导致设计人员普遍认为结构中预应力是外加荷载产生的错误概念。文献[8]指出的是,造成结构预应力的真正原因是拉索的初始缺陷长度,即拉索的几何长度和实际长度的差值。对拉索施加预应力的过程实际上是将具有初始缺陷长度的拉索通过张拉设备强迫就位

邓 华 浙江大学土木系 博士 讲师。

董石麟 浙江大学教授 中国工程院院士

的过程。拉索预应力的本质不是外力,而是初变位。相应地,基于初始缺陷的预应力结构的矩阵力学模型为:

$$\begin{aligned} \text{平衡方程} \quad N^T F &= P_0 \\ \text{物理方程} \quad F &= K_c (\Delta - D) \\ \text{几何方程} \quad \Delta &= N \delta \end{aligned} \quad (1)$$

其中: N 为几何矩阵; N^T 为 N 转置,即平衡矩阵; P_0 为节点力向量; F 为杆件内力向量; Δ 为杆件伸长长度; D 为缺陷长度; δ 为节点变位; K_c 为单元刚度矩阵。

根据(1)式,可以推导出拉索预应力空间网格结构的刚度法的表达式:

$$K \delta = P_0 + N^T K_c D = P_0 + P_1 \quad (2)$$

其中: $K = N^T K_c N$ 为整体坐标系的总刚; P_1 为预应力等效节点力向量。

3 数学模型及求解思路

3.1 数学模型

拉索的合理布置和预应力的合理施加,可以有效地改善结构的受力性能,控制结构的刚度和内力分布,从而可以较大幅度地节省用钢量,降低结构造价^[9]。如前所述,本文讨论的拉索预应力空间网格结构的优化设计以结构自重最轻为目标函数。在结构自重中,仅考虑杆件和拉索的自重,忽略节点自重。设计变量为杆件截面面积、拉索截面面积和预应力值。预应力值的描述采用预应力等效节点力向量 P_1 表示。这样,拉索预应力空间网格结构优化设计的数学模型如下。

(1) 目标函数

$$\min W = W(A_b, A_t, P_1) = \sum_i \rho_{bi} l_{bi} A_{bi} + \sum_j \rho_{tj} l_{tj} A_{tj} \quad (3)$$

其中 W 为仅考虑杆件、拉索重量的结构自重; ρ_{bi} 、 ρ_{tj} 分别为杆件和拉索的容重; A_b 、 A_t 分别为杆件和拉索的截面面积向量; P_1 为预应力等效节点力向量; l_{bi} 、 l_{tj} 分别为杆件和拉索的单元长度。

(2) 约束条件

(i) 挠度限制

$$\delta \leq [\delta] \quad (4)$$

(ii) 强度限制

$$\sigma_{bi} = N_{bi} / A_{bi} \leq \bar{\sigma}_b \quad (5)$$

$$\sigma_{bi} = N_{bi} / \varphi_{vi} A_{bi} \leq \bar{\sigma}_b \quad (6)$$

$$\sigma_{tj} = N_{tj} / A_{tj} \leq \bar{\sigma}_t \quad (7)$$

其中 σ_{bi} 、 σ_{tj} 分别为杆件和拉索的轴向应力; $\bar{\sigma}_b$ 、 $\bar{\sigma}_t$ 分别为杆件和拉索的容许应力; φ_{vi} 为杆件的稳定系数。

(iii) 变量上、下限约束

$$\underline{A}_{bi} \leq A_{bi} \leq \bar{A}_{bi}; \underline{A}_{tj} \leq A_{tj} \leq \bar{A}_{tj}; \underline{P}_{ij} \leq P_{ij} \leq \bar{P}_{ij}; \quad (8)$$

3.2 求解思路

从以上优化数学模型可以看出,此问题属于有约束的非线性规划问题。如概述所述,在寻求优化算法时,解题的效率、预应力值变量和构件截面面积变量性质和数值上的不统一性应该着重考虑。在目标函数(3)式可以看出,直接影响结构自重的是杆件截面尺寸变量 A_b 和拉索截面尺寸变量 A_t ,而预应力等效节点力向量 P_1 对结构自重的影响是间接的。可以采用分级优化方法,即先确定预应力等效节点力向量,在构件截面尺寸变量级寻求的局部最小重量值。然后,通过修改预应力等效节点力向量,在此层次搜索使得结构自重为全局最优的预应力值。根据这个思路,拉索预应力空间网格结构分级优化的数学模型可以表示如下。

(1) 第一级优化(预应力等效节点力优化)

$$\min W = W(P_1)$$

$$\text{subject to } \underline{P} \leq P_{ij} \leq \bar{P}_{ij} \quad (9)$$

(2) 第二级优化(构件截面尺寸变量优化)

$$\min W = W(A_b, A_t) = \sum_i \rho_{bi} l_{bi} A_{bi} + \sum_j \rho_{tj} l_{tj} A_{tj} \quad (10)$$

约束函数为(4)~(8)式

4 优化方法

4.1 一级优化

在第一级预应力等效节点力优化中,当预应力等效节点向量 P_1 只有一个元素时,也就是结构中只有一个索力变量,可以采用简单的一维搜索,如0.618法进行求解;当预应力等效节点向量 P_1 有多个元素时,也就是结构中有多个索力变量,可以采用复形法^[10]进行求解,其相应的收敛准则^[10]为:

$$\left[\frac{1}{P} \sum_{k=1}^P (W^k - W_c)^2 \right]^{1/2} \leq \varepsilon_1 \quad (11)$$

其中: P 为复形的顶点个数; W^k 为第 k 次迭代的局部最优重量值; W_c 为复形加权中心点的最

优重量值; ε_1 为容差。

4.2 二级优化

对于第二级构件截面尺寸优化,从严格意义上讲,杆件截面尺寸应该作为离散变量来处理,采用离散变量的优化设计方法求解。但是,如概述所述,现有的优化算法对于拉索预应力空间结构这样大规模的优化问题来说,其工程应用性还有局限。在现有的构件截面尺寸优化算法中,准则法中的满应力设计法^[10]的计算效率有相当的优势。但是采用满应力设计方法,首先必须抛弃变量离散的前提。在工程设计中,一般对优化结果进行“规格化”处理^[11];另外,拉索预应力空间网格结构中预应力对结构位移的控制是不能忽视的。而满应力设计法不能处理含位移约束的优化问题,直接采用满应力设计法是不符合优化设计前提的。因此,应该采用考虑应力和位移约束的最优准则法。

对于只考虑应力约束,基于最优性准则的满应力设计——齿行法,已有较多的文献涉及。其迭代格式为:

$$A_i^{k+1} = A_i^k [1 - \lambda(1 - \beta_i)] \quad 0 < \lambda < 1 \quad i=1, 2, \dots, n$$

其中 β_i 为应力比。

对于含应力、位移约束的最优性准则,其递推表达式为^[10]

$$A_i^{k+1} = A_i^k \left[1 + \frac{1}{r} \left(\sum_{j \in I_1} \lambda_j \frac{\delta_j^T k_i \delta_j}{\rho_i L_i (A_i)^2} + \sum_{j \in I_2} \mu_j \frac{\hat{\sigma}_{ij}}{\rho_i L_i (A_i)^2} - 1 \right) \right] \quad i=1, 2, \dots, n \quad (13)$$

其中, $\hat{\delta}_i^T$ 、 k_i 、 δ_i 分别代表与第 i 单元有关的结点虚位移向量,单元刚度矩阵和节点真实位移向量; $\hat{\sigma}_{ij}$ 代表由于第 i 单元上节点力作用而在 i 单元中诱发的应力值; λ_j 、 μ_j 拉氏乘子, I_1 、 I_2 为作用约束集合。其相应的收敛准则^[10]为

$$|1 - W^{k+2}/W^k| \leq \varepsilon_2 \quad (14)$$

其中: W^{i+2} 为第 $i+2$ 次迭代后位于可行域边界上的迭代点所对应重量值; W_i 为第 i 次迭代后位于可行域边界的迭代点所对应的重量值; ε_2 为容差。

5 算例

5.1 拉索预应力网壳结构的优化设计(单预应力变量)

如图1所示的 Kiewitt6×8 双层蜂窝型拉索预应力网壳结构。结构中索杆总数 1542 根。杆件的弹性模量 $E = 2.06 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$, 最小截面面积 $A_{\min} = 0.621 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, 设计强度 $[\sigma] = 2.15 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$; 拉索的弹性模量 $E = 1.85 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$, 最小截面面积 $A_{\min} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, 设计强度 $[\sigma] = 3.90 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$ 。杆件和拉索容重为 78.5 kN/m^3 。最大位移为结构跨度的 $1/250$ 。一级优化采用复形法,收敛准则(11)中 ε_1 取 0.01。二级优化采用准则法,杆索的初始截面分别为 $2.714 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ 和 $3.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, 收敛准则(14)中 ε_2 取 0.01。

(1)对结构施加 1.5 kN/m^2 的竖向均布荷载,其优化设计迭代步骤见表1。

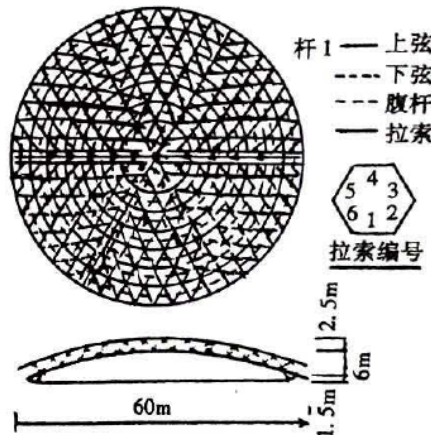


图1 kiewitt 6×8 蜂窝型网壳

表1 迭代步骤

迭代次数	预应力等效节点力(kN)	结构杆件总重量(kg)
初始复形	317.900	51426
	387.200	52601
	286.400	51960
	416.900	59424
1	261.908	53034
2	315.819	51583
3	246.804	54458
4	356.679	49558

从表1可以看出,利用二级优化算法对预应力网壳结构进行优化设计,其收敛性是很好的。而且仅通过8次(包括初始复形计算4次、搜索4次)迭代就搜索到最优解,可以看出该算法的收敛速度快,计算效率很高。

(2)荷载变化的优化结果比较

分别对结构施加 1.5 、 2.5 、 4.5 kN/m^2 的竖向

均布荷载,进行结构优化分析,分析比较无拉索、有拉索无预应力和施加预应力三种情况,结果见表2。

表2 荷载变化的优化结果比较

荷载大小 kN/m ²	无拉索		有拉索无预应力		施加预应力			
	最优自重 (kg)	节省率 (%)	最优自重 (kg)	节省率 (%)	最优自重 (kg)	节省率 (%)	最优预应力 等效节点力值 (kN)	拉索张力 值(kN)
1.5	60684	0	57949	4.8	49558	18.6	356	244
2.5	86143	0	78771	8.6	59448	31.0	598	372
4.5	143537	0	129968	9.5	76007	47.0	1072	735

对于球面网壳结构而言,预应力的施加能够有效地改善结构的受力性能。通过表2可以看出,当结构承受的荷载增加时。预应力对降低结构自重是非常有效的。

5.2 拉索预应力网架结构(多预应力变量)

如图2所示的拉索预应力正放四角锥网架结构,采用桁内布索平面尺寸 $27 \times 27\text{m}$,网格尺寸 $3.0 \times 3.0\text{m}$,网架高度为 2.0m ,结构中索杆总数576根。杆件的弹性模量 $E = 2.06 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$,最小截面面积 $A_{\min} = 0.621 \times 10^{-3} \text{ m}^2$,设计强度 $[\sigma] = 2.15 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$;拉索的弹性模量 $E = 1.85 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$,设计强度 $[\sigma] = 3.90 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$ 。杆件和拉索容重为 78.5 kN/m^3 。结构承受 12 kN/m^2 的竖向均布荷载。最大位移为结构跨度的 $1/250$ 。收敛准则、容差和初始截面面积同算例5.1。

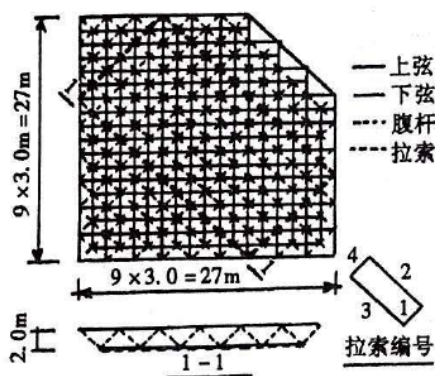


图2 正放四角锥网架

(1) 优化算法的收敛性

对结构施加 12 kN/m^2 的竖向均布荷载,其优化设计迭代步骤见表3。从表3中可以看出,采用二级优化算法进行拉索预应力网架结构的优化设计,其收敛性较好。由于结构中拉索变量较多,因此初始复形的顶点数较多,初始复形阶段的优化工作量较大。但是,整个搜索点数并没有随着拉索变量的增加而大幅度增加。计算效率还是较

高的。

表3 迭代步骤

迭代次数	拉索预应力等效节点力(kN)				结构杆件总重量(kg)
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	
初始复形	680.000	680.000	680.000	680.000	19073
	680.000	560.000	440.000	320.000	19744
	560.000	440.000	320.000	680.000	18935
	440.000	320.000	680.000	560.000	19104
	320.000	680.000	560.000	440.000	18487
	320.000	320.000	320.000	320.000	19389
1	263.007	424.248	579.917	747.116	18417
2	571.800	684.533	789.370	896.375	19130
3	484.217	557.739	626.111	695.897	19835
4	471.503	552.124	629.959	708.558	19816
5	411.503	432.124	449.959	708.558	18291
6	351.503	372.124	629.959	648.558	19522
7	204.362	349.946	394.949	445.919	18439
8	259.312	337.566	406.071	424.668	18546
9	321.487	367.845	432.593	330.642	18336

(2) 无拉索、有拉索无预应力和施加预应力三种情况的比较

表4给出了结构在无拉索、有拉索无预应力和施加预应力三种情况的比较。

表4 无拉索、有拉索无预应力和施加预应力三种情况的比较

项 目	无拉索	有拉索无预应力	施加预应力
结构杆件总重量(kg)	20106	19492	18336
位移	最大位移(cm)	9.45	9.43
	与跨度比值	1/285	1/286
			1/306

对于在桁内布索的拉索预应力网架结构来说,结构自重的变化量由于预应力值的变化是不太敏感的。这说明桁内布索对结构性能的改变是不太明显的。在网架中使用预应力的效果远远不如网壳结构。

6 结论

(1) 在拉索预应力力空间网格结构中,预应力产生的根源是拉索的初始缺陷长度。将拉索张力作为外加荷载作用在结构上的分析方法,没有反映预应力的本质。因此应该采用以初始缺陷长度为基础建立起来的分析计算方法。

(2) 采用二级优化算法求解拉索预应力空间网格结构优化设计问题,能够有效地克服预应力等效节点力量和杆件截面尺寸这两类变量在数值上和性质上的不统一性所造成的算法收敛性的问题。从文中的两个算例可以看出,该方法的求解效率较高,适合工程应用。计算效率也较高。

(3) 对于球面网壳结构而言,在给定的荷载作用下,仅在结构中布置拉索而不施加预应力,结构自重改变的幅度并不大。而施加预应力以后,结构自重较大幅度降低。这说明,造成结构受力

性能改变的原因,并不是增加拉索引起结构体系的变化,而是预应力的作用。当结构承受的荷载增加后,通过适当地增加预应力的值,结构的省钢率大幅度增加。可见,对于重屋面结构,施加预应力是非常有效的。

(4)对于在桁内布索的拉索预应力网架结构来说,结构自重的变化量对于预应力值的变化是不太敏感的。这说明桁内布索对结构性能的改变是不太明显的。无论从结构自重的角度还是从最大位移的角度来看,在网架中使用预应力的效果远远不如网壳结构。

参考文献

[1]王跃方、孙焕纯、离散变量桁架的布局优化设计

[J]. 大连理工大学学报. 1995, 5; 458 ~ 362.

[2]孙焕纯、王跃方、黄吉锋. 离散变量桁架的形状优化[J]. 大连理工大学学报, 1995, 1; 10 ~ 16.

[3]柴山. 离散变量结构优化设计的研究[D]: [博士学位论文]. 大连:大连理工大学, 1996.

[4]Lewis P Felton & Michael W Dobbs. On optimized prestressed trusses[J]. AIAA Journal, 1977, 7.

[5]William R Spillers & Robert Levy. Truss design: tow loading conditions with prestress[J]. Journal of structural Engineering, ASCE, 1984, 4.

[6]V A. Pernyakov & A. M. Remennikov. General purpose for steel structures optimization design [J]. Comp & Struc. 1992. 6; 1155 ~ 1164.

HVM 信息

缓粘结预应力钢绞线试生产成功

天津钢线钢缆集团有限公司、天津港湾工程研究所、天津市建筑科学研究院、天津市恒久预应力材料有限公司等单位联合研制的缓粘结预应力钢绞线已试生产成功、可进行批量生产并小批量在南京、厦门等地的工程结构上应用,这是从2002年7月1~3日在南京召开的新世纪预应力技术创新学术交流会上获悉的,同时看到缓粘结预应力钢绞线的产品实物。缓粘结预应力钢绞线的试生产成功,是以上四个单位近几年相互协作共同开拓新产品的一个重要成果。

缓粘结钢绞线在日本等国已推广应用,在我国则刚刚起步。缓粘结预应力钢绞线既有无粘结预应力筋所具有的摩擦系数小,不用预埋套管和张拉后灌浆等优点;涂料经过一定时间固化后,由于PE护套表面压有波纹,使缓粘结预应力钢绞线相当于有粘结预应力筋,是今后预应力材料的新的选择。由于其直径比目前的有粘结和无粘结筋材料直径大,缓粘结预应力钢绞线截面积大,预应力吨位大,对于大吨位的铁道、桥梁、水利、交

通、核电站安全壳、大型贮煤、贮氧、贮水的压力容器、污泥消化池等结构中均非常适合。

用于缓粘结预应力钢绞线的涂层材料为特种树脂涂料,在固化过程中,伴随着固化剂的化学作用,特种涂料不仅有较好的内聚力,而且和钢绞线及PE护套产生很强的粘结力,体积几乎不变,呈偏碱性,对钢绞线防腐蚀有好处。目前生产的缓粘结预应力钢绞线,涂料固化时间在半年~一年,按不同工程要求,可以选用固化时间不同的涂料,缓粘结预应力钢绞线的生产工艺基本上是从无粘结生产设备演变过来的,仅改装涂料设备,增添PE护套压波设备和冷却水槽等即可。因此生产成本仅高出无粘结钢绞线约20%左右。与有粘结筋相比,不用埋管和灌浆,价格持平,工程界完全能够接受这一新品种的预应力筋新材料。缓粘结预应力钢绞线将是今后预应力工程用材料的有力竞争者。

(何德湛)