

弦支穹顶施工张拉的理论分析与试验研究

郭佳民¹ 董石麟²

(1 上海海事大学 上海 200135 2 浙江大学 浙江杭州 310027)

摘要:弦支穹顶由单层网壳和其下部索杆组成。为了准确、可靠地指导弦支穹顶结构的实际施工,确保施工的顺利进行,依据各单元在初始态与零状态下无应力长度之差确定的原则,提出弦支穹顶结构的正向施工模拟算法,并利用一跨度为8m的缩尺模型进行单根斜索逐根张拉成型的试验研究,整个张拉过程表明:单根斜索逐根张拉虽张拉次数较多;但张拉控制较为方便,能够很好地验证提出的施工模拟理论。试验结果表明:在张拉成型过程中,张拉控制的理论计算值与实测值吻合良好,说明提出的正向施工模拟算法可便捷准确地模拟实际结构的施工。

关键词:弦支穹顶 施工模拟 模型试验 张拉单元

DOI: 10.13211/j.cnki.pstech.2015.05.004

1 引言

弦支穹顶由上部的单层网壳与下部的索杆弦支部分组成,与单层网壳相比,弦支穹顶具有更高的刚度和稳定性;与索穹顶相比,其缓解了周边环梁的强大拉力,降低了施工的难度。国内外对这一新型空间结构已进行了一些理论与试验研究^[1-4]。在日本有光丘穹顶和前田会社的职工活动中心;在国内有2008年北京奥运会羽毛球馆与济南奥体中心体育馆等。虽然弦支穹顶结构的施工难度较索穹顶大大降低,但施工张拉仍是这种结构建造过程中的关键部分。弦支穹顶在施工过程中先后要经历以下三个状态:零状态、初始态与荷载态^[3]。如果理论模拟分析时所采用的假定和算法与实际施工过程不符,那么计算结果将不能准确地指导实际结构的施工。因此施工前对结构进行施工张拉成形全过程分析是非常必要的,一方面可以预先验证施工方案的可行性,另一方面可以为施工张拉过程提供控制参数,确保实际施工的顺利进行。在弦支穹顶结构的张拉成形模拟方面,文献[4]借鉴索穹顶的反分析思想,提出弦支穹顶的反分析法;文献[5]基于有限位移理论,联系实际的施工方法和施工过程,提出索承网壳结构(弦支穹顶)施工计算的循环前进分析方法,并对跨度为15m的昆明柏联广场中厅圆形屋盖进行施工模拟分析;文献[6]基于ANSYS的死活单元,巧妙地构造了进行施工力学分析的“死

活单元法”;文献[7]结合弦支穹顶的实际特点提出分层张拉成型法,并利用试验模型对分层张拉成型法的可行性与计算方法的正确性进行验证;文献[8-10]也对弦支穹顶结构的张拉成型进行了理论与试验研究。

其实弦支穹顶结构施工张拉模拟与控制的目的:方便、精确地实现设计所要求的预应力状态,其中包括几何构形的要求状态和内力的要求状态。本文针对弦支穹顶结构的施工张拉特点提出弦支穹顶结构的正向施工模拟算法,并利用一跨度为8m的缩尺模型对本文提出的正向施工模拟算法进行了验证。理论与试验结果表明:该模拟方法更加符合实际结构的施工过程,可准确地模拟实际结构的施工。

2 施工张拉理论分析

在进行问题的分析之前,首先按实际结构的施工与计算过程给出以下几个状态的基本定义^[3]:

(1) 零状态(放样态):无自重、无预应力时的状态(在数值模拟过程中,对应为数值模型建立完毕、而未进行计算时的状态);

(2) 初始态:下部结构张拉完毕后,体系在自重和预应力作用下的平衡状态(在数值模拟过程中,对应为数值模型在考虑自重的情况下计算完毕后的状态);

(3) 荷载态:在初始态的基础上,承受其他外荷载时的受力状态(在数值模拟过程中,对

应为数值模型在考虑外荷载的情况下计算完毕后的状态)。

弦支穹顶在实际的张拉过程中,施工人员只是针对部分索杆进行直接张拉操作。这里称这部分单元为主动张拉单元,其他单元为被动张拉单元(包括网壳中的杆件)。按主动张拉单元来分,施工张拉方法可分为4类:张拉环索法、张拉斜索法、顶升撑杆法与混合张拉法(主动张拉单元类型多于两种)。在实际施工过程中,由于对同一类主动单元同时张拉的难度太大,一般将其分组,进行分批张拉。

为了能够更加真实地模拟实际的施工张拉,在对结构进行施工模拟计算时,也应仅对结构的主动张拉单元进行操作。结合具体的施工张拉方法,利用文献[3]中的方法,可求出各主动张拉单元在零状态时需施加的初始应变值 ε^* 。假定下部索杆的单元总数为 j ,主动张拉单元数为 k ,则在零状态时结构下部索杆所需施加的初始应变 ε^* 可表示为:

$$\begin{aligned} \varepsilon^* &= \{\varepsilon_1^* \quad \varepsilon_2^* \quad \varepsilon_{j-1}^* \cdots \varepsilon_j^*\} \\ &= \underbrace{\{\varepsilon_1^* \quad \varepsilon_2^* \cdots \varepsilon_k^*\}}_k \underbrace{\{0 \cdots 0 \quad 0\}}_{i-k} \end{aligned}$$

结构下部索杆在零状态时所需的初始应变值 ε^* 确定后,索杆弦支部分中各单元在初始态与零状态下的单元无应力长度之差即可确定^[10],实际的施工张拉就是依据这一确定的差值,来改变各主动张拉单元在零状态下的长度,使结构达到初始态。本文依据这一原则,提出了弦支穹顶结构的正向施工模拟算法:将初始应变 ε^* ,按照已定的施工工序分组、分批次地施加在模型结构的对应张拉单元上,在施工张拉结束后,累计施加在结构各对应张拉单元上的初始应变之和为 ε^* 。每根主动张拉单元所需的初始应变 ε^* ,可以一次进行施加,也可以分批进行施加,但其施加的总和要保持不变。这样就可依据实际施工工序,通过对相应单元施加相应的初始应变来考虑两个状态下对应单元的无应力长度之差,达到施工模拟的目的^[10]。

施工张拉的每一个阶段,都为暂时平

衡状态。在零状态时,如仅对部分主动张拉单元施加对应的初应变值 ε^* 后进行施工张拉计算,计算结果对应结构施工过程中的某一个平衡状态。如在零状态时,对模型结构中的全部主动张拉单元施加对应的初应变值 ε^* 后,进行施工张拉计算,计算结果对应结构的初始态,此时结构下部索杆的内力将达到目标值 \tilde{N} 。实际的施工过程是一个连续的过程,施工模拟时,只需在每一个暂时的施工平衡状态下,提取结构的单元内力、节点位移等在实际施工中可测的数据来进行实际施工张拉的控制与工序交替的区分。假定所有主动张拉单元共分为 k 组,每组中各单元在零状态时所需的初始应变相等,且按一次进行施加的具体模拟计算过程见表1。

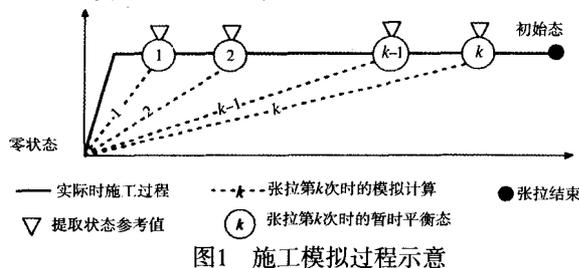
表1 施工模拟计算过程

张拉步数	施工状态	模拟操作	主动张拉单元分组号				
			1	2	...	k-1	k
1	零状态	施加应变	ε_1^*	0	0	0	0
	平衡态	提取内力	N_1^1	N_2^1	...	N_{k-1}^1	N_k^1
2	零状态	施加应变	ε_1^*	ε_2^*	0	0	0
	平衡态	提取内力	N_1^2	N_2^2	...	N_{k-1}^2	N_k^2
...

k-1	零状态	施加应变	ε_1^*	ε_2^*	...	ε_{k-1}^*	0
	平衡态	提取内力	N_1^{k-1}	N_2^{k-1}	...	N_{k-1}^{k-1}	N_k^{k-1}
k	零状态	施加应变	ε_1^*	ε_2^*	...	ε_{k-1}^*	ε_k^*
	平衡态	提取内力	\tilde{N}_1	\tilde{N}_2	...	\tilde{N}_{k-1}	\tilde{N}_k

注: ε_k^* 为结构在张拉计算前对第 k 组主动张拉单元所施加的初始应变值; N_k^k 为结构在第 k 次张拉计算后第 k 组主动张拉单元的内力值。

为了更加清晰地说明模拟过程,将整个施工模拟计算过程用图1来表示。



为了对上述施工模拟计算理论进行验证,本文利用一跨度为8m的缩尺模型进行了施工张拉成型试验研究。

3 施工张拉试验模型

模型结构全景见图2, 计算简图见图3, 网壳中最外3圈环向杆与最外2圈径向杆采用的截面形式为 $\phi 35 \times 1.5$, 其余构件(包括撑杆(G1、G2、G3))的截面形式为 $\phi 30 \times 1.5$, 圆管的弹性模量为 $2.06 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, 下部索杆的材料特性测试结果见表2, 其中环索为钢丝绳, 其截面特性用实测刚度 EA 来表示。



图2 试验模型全景

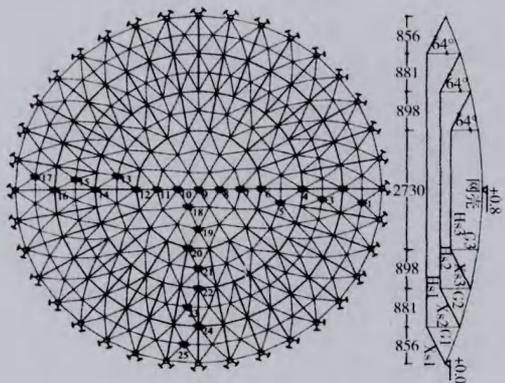
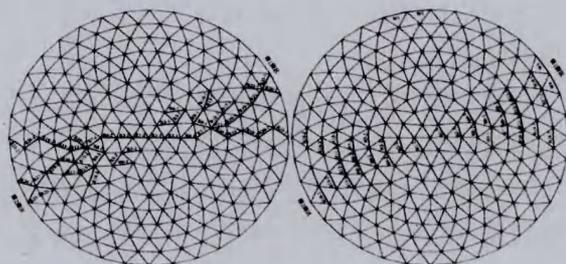


图3 计算模型简图

表2 构件截面特性与材料特性

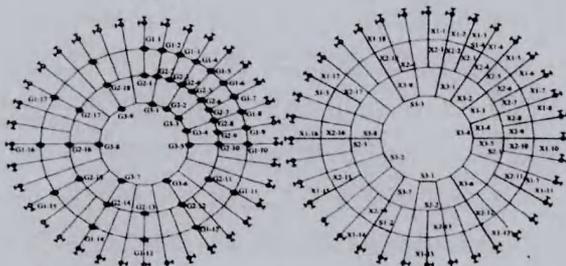
构件编号	构件截面	弹性模量 ($\times 10^{11} \text{N/m}^2$)	构件编号	截面刚度 EA (N)
X1	$\phi 8$	2.06	S1	2×2213095
X2	$\phi 5$	2.06	S2	2213095
X3	$\phi 5$	2.06	S3	1311274

综合考虑测试内容、测试仪器数量与结构对称性等因素, 网壳上布置应变测点90个。为了张拉控制方便, 在下部索杆系统的 $1/4$ 区域内, 斜索与撑杆全部粘贴应变片, 其他区域 $1/3$ 的索杆粘贴应变片, 下部索杆共布置应变测点102个, 其中环索12个、斜索45个、撑杆45个。位移测点25个, 其中17个百分表布置在一条线上, 另外8个布置于垂直方向上。测点布置详见图4。



(a) 网壳径向杆

(b) 网壳环向杆



(c) 下部撑杆

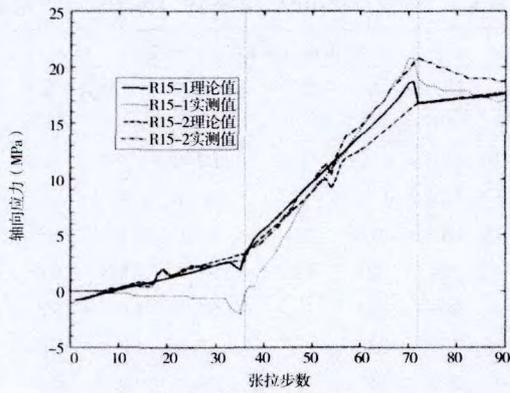
(d) 下部环索与斜索

图4 测点布置图

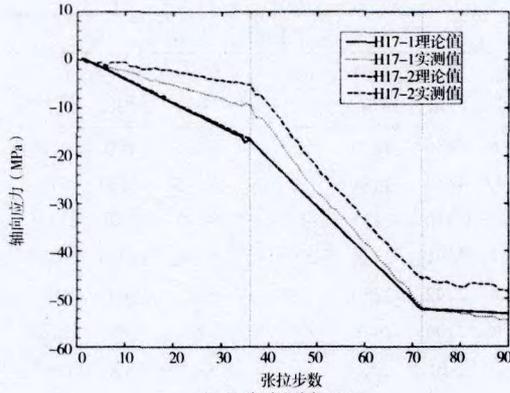
4 试验模型的张拉成型

为了验证上文提出的正向施工模拟计算理论, 下面特意利用上述的试验模型进行了以下张拉成型方案的实际张拉操作。该方案为由外及内每次张拉1根斜索, 张拉成型共需张拉90次。张拉流程为: 开始张拉→张拉最外圈斜索 X_{s1} (36次)→张拉中间圈斜索 X_{s2} (36次)→张拉最内圈斜索 X_{s3} (18次)→张拉结束。这一张拉成形方案由于张拉次数太多在实际工程中基本不可能使用, 但在张拉过程中每次只对一根斜索进行张拉, 可避免多根索张拉时的同步性要求, 在张拉过程中反应的现象较为直接, 可较好地验证上文的施工模拟理论。

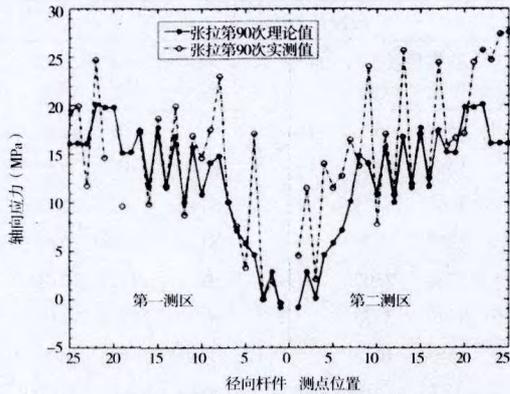
在张拉过程中, 以结构下部的斜索内力为主要控制参数, 环索内力作为参考控制参数, 当结构下部主要控制参数的实测值与理论值之差达到误差允许的范围时, 结束当前张拉单元的张拉而转入下一张拉单元进行张拉操作。由于张拉过程中测试的数据较多, 本文仅将下部索杆的部分测点在张拉最外圈结束(36次)、张拉中间圈结束(72次)与张拉最内圈结束(90次)的测试结果与对应的理论监控值列于表3中, 上部网壳结构的构件应力、节点位移与下部部分索杆轴力的试验值与理论值比较见图5~图7。



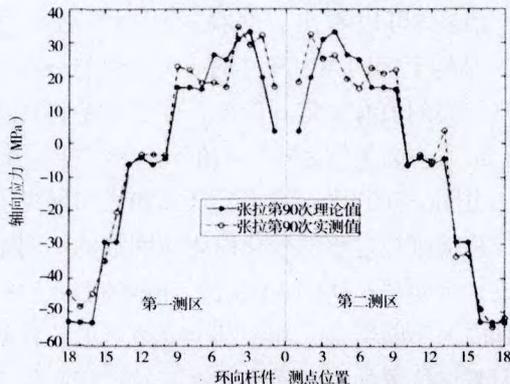
(a) 应变测点R15



(b) 应变测点H17

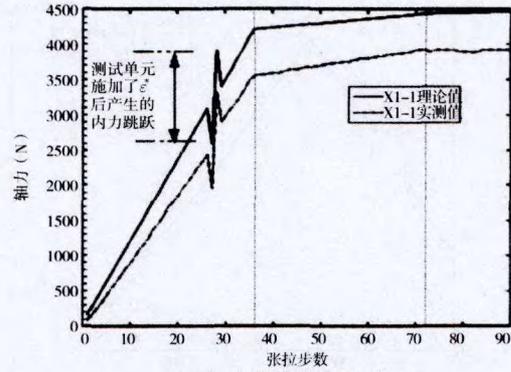


(c) 张拉成型后径向杆件应力分布

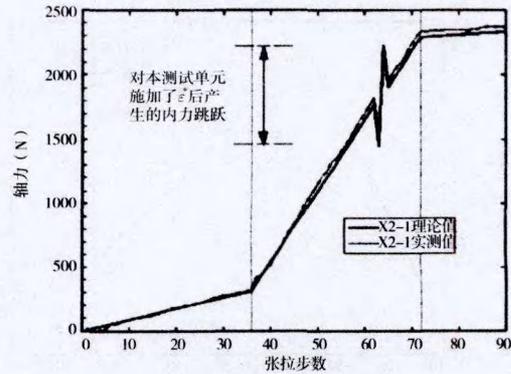


(d) 张拉成型后环向杆件应力分布

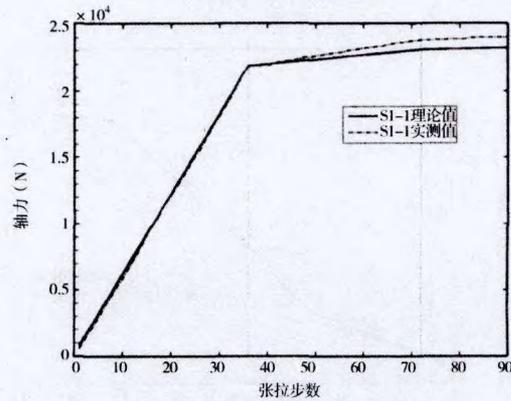
图5 应力实测结果与计算结果比较



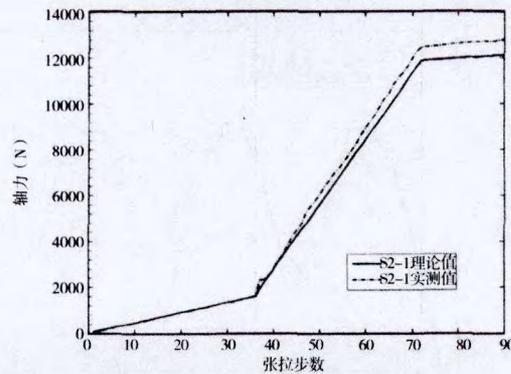
(a) 应变测点X1-1



(b) 应变测点X2-1

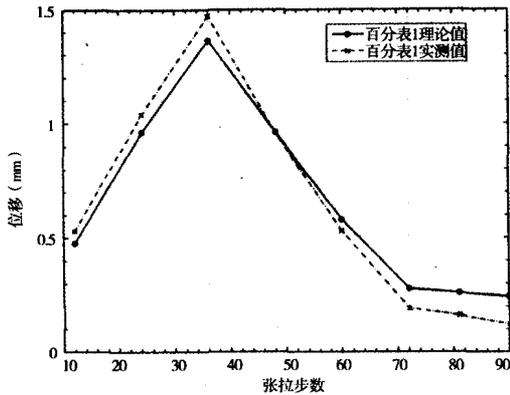


(c) 应变测点S1-1

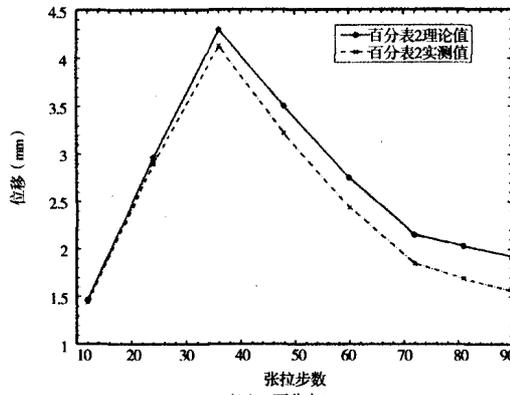


(d) 应变测点S2-1

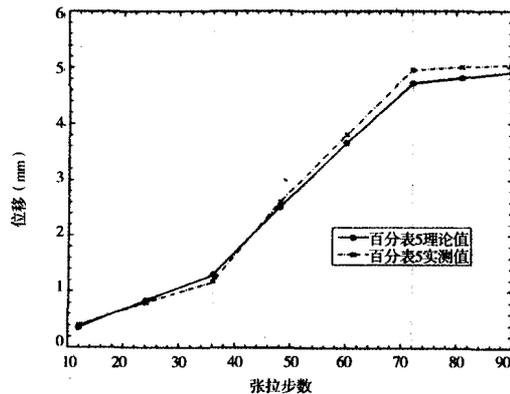
图6 轴力实测结果与计算结果比较



(a) 百分表1



(b) 百分表2



(c) 百分表5

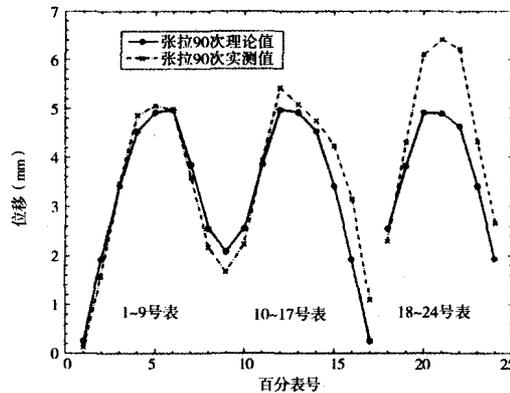


图7 位移实测结果与计算结果比较

表3 张拉过程中部分索杆内力实测值与理论值

张拉最外圈结束 (36次)							
测点编号	轴力值 (N) 理论	轴力值 (N) 试验	误差 (%)	测点编号	轴力值 (N) 理论	轴力值 (N) 试验	误差 (%)
X1-8	4205	4153	-1.2	G2-8	-132	0	—
X1-12	4208	4165	-1	G3-8	-96	0	—
X1-18	4208	4079	-3.1	S1-2	21871	20064	-8.3
X2-1	309	321	4.1	S1-4	21871	20888	-4.5
X2-8	309	255	—	S2-2	1591	1500	—
X2-16	309	338	—	S2-4	1591	676	—
X3-5	229	255	—	S3-1	592	453	—
G1-2	-1847	-1826	—	S3-3	592	525	—
张拉最外圈结束 (72次)							
测点编号	轴力值 (N) 理论	轴力值 (N) 试验	误差 (%)	测点编号	轴力值 (N) 理论	轴力值 (N) 试验	误差 (%)
X1-8	4436	4536	2.3	G2-8	-1001	-940	-6
X1-12	4440	4487	1.1	G3-8	-220	-28	—
X1-18	4440	4437	-0.1	S1-2	23079	21836	-5.4
X2-1	2291	2340	2.1	S1-4	23079	22784	-1.3
X2-8	2292	2250	-1.9	S2-2	11899	11899	0
X2-16	2294	2348	2.4	S2-4	11899	10745	-9.7
X3-5	510	552	—	S3-1	1320	1185	—
G1-2	-1959	-1936	-1.2	S3-3	1320	1236	—
张拉最外圈结束 (90次)							
测点编号	轴力值 (N) 理论	轴力值 (N) 试验	误差 (%)	测点编号	轴力值 (N) 理论	轴力值 (N) 试验	误差 (%)
X1-8	4464	4573	2.4	G2-8	-1017	-1023	0.6
X1-12	4468	4425	-1	G3-8	-682	-692	1.4
X1-18	4468	4425	-1	S1-2	23224	21630	-6.9
X2-1	2333	2373	1.7	S1-4	23224	22701	-2.2
X2-8	2338	2307	-1.3	S2-2	12127	12195	0.6
X2-16	2340	2373	1.4	S2-4	12127	11388	-6.1
X3-5	1564	1615	3.3	S3-1	4059	4058	0
G1-2	-1973	-2019	2.3	S3-3	4059	3955	-2.6

由图5可以看出,张拉过程中与张拉成型后,结构上部网壳中杆件的应力变化与分布的理论值与实测值有一定的误差,但变化趋势基本一致,最大应力值与最小应力值均出现在环向杆件中。由图6与图7可以看出,环索内力与网壳上节点位移随张拉过程的变化以张拉圈数的不同基本分成三个斜率不同的直线段;环索随着张拉的进行其内力不断增加,而上部网壳节点的位移峰值会因节点位置的不同而出现在张拉过程中的不同时刻。由表3可以看出,在张拉最外圈斜索时,

结构内部两圈索杆的内力试验值与理论值相差较大,这主要是由于斜索和竖杆的长度较难精确控制,在张拉最外圈索杆时,内部两圈索杆以刚体变形为主,导致误差较大。

由图6进一步可以看出,在张拉过程中斜索内力有突变现象发生,某一确定测点的内力在张拉过程中的某一确定张拉步上会有较大幅度的降低,在紧随其后的下一步张拉过程中会有较大幅度的提高,而在随后的下一步张拉过程中又会大幅地下降,并回到正常的内力变化路径上。在施工张拉监控中发现,发生这一情况是由于当张拉某一根斜索时,其内力会有较大幅度的提高,而其旁边两根斜索会发生内力下降的情况。在施工模拟计算时发现,对测试点所在的单元或与其左右相邻的两根单元进行张拉操作时测试点单元的内力才会发生跳跃现象,当测试点所在的单元施加了所对应的 ε^* 后,其内力会有较大的增加,表现为实测中的内力突然增大,而这一增大的量值即为本单元所施加的 ε^* 引起的,这一单元在整个张拉过程中的内力增量与这一内力跳跃值之差为其他单元张拉时对该单元的内力影响值。本次张拉采用斜索顺序张拉成型,所以斜索内力在本圈斜索张拉过程中会发生一次跳跃现象,在其他圈斜索张拉过程中基本呈线性增加,但随着张拉圈数的不同线性增加的斜率会发生变化。

由上述分析可以看出,张拉过程中的实测数据与理论计算值较为吻合,这说明正向施工模拟算法能够较好地指导实际结构的施工张拉。

5 结论

(1) 弦支穹顶的施工张拉全过程分析对实际工程施工是必要的,一方面可以预先验证施工方案的可行性,另一方面可以为实际施工提供控制参数,以确保实际施工的顺利进行。

(2) 施工张拉过程中,理论结果与实测结果较为吻合。这说明,正向施工模拟算法可以较好地指导实际模型的张拉。同时也说明,正向施工模拟算法可便捷地对结构施工过程进行模拟计算。

(3) 本文采用的1根斜索张拉成型法虽然张拉的次数较多,但张拉时目标明确、控制简单,反而张拉的速度更快,可以较好地验证本文的施工模拟算法。

(4) 由张拉过程中各单元的内力变化可以看出,在张拉某一单元时,对其自身的内力影响最大,其内力会出现突增现象;对其左右相邻的两个单元的内力影响也较大,其内力会出现突降现象;对本圈内其他位置上各单元的内力均有影响,且影响程度基本一致,各单元的内力增加值基本相同;对其他圈上各单元的内力影响明显减弱。

参考文献

- [1] Kawaguchi M, Abe M, Tatemichi I. Design, test and realization of "suspend-dome" system [J]. Journal of IASS, 1999, 40(131): 179-192
- [2] 李阳. 弦支穹顶结构的稳定性分析与静力试验研究[D]. 天津: 天津大学, 2004 (Li Yang. Stability analysis and static experimental study on suspendome[D]. Tianjin: Tianjin university, 2004 (in Chinese))
- [3] 郭佳民, 董石麟, 袁行飞. 弦支穹顶结构的形态分析问题及其实用分析方法[J]. 土木工程学报, 2009, 41(12): 1-7 (Guo Jiamin, Dong Shilin, Yuan Xingfei Morphological analysis of suspend-dome structures and practical analysis method [J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 41(12): 1-7 (in Chinese))
- [4] 张明山. 弦支穹顶结构的理论研究[D]. 浙江: 浙江大学, 2004 (Zhang Mingshan. Theoretical research on suspend-dome [D]. Zhejiang: Zhejiang University, 2004 (in Chinese))
- [5] 李永梅, 张毅刚, 杨庆山. 索承网壳结构施工张拉索力的确定[J]. 建筑结构学报, 2004, 25(4): 76-81 (Li Yongmei Zhang Yigang, Yang Qingshan. Determination of cable forces during construction for cable-supported lattice shells [J]. Journal of Building Structures, 2004, 25(4): 76-81 (in Chinese))
- [6] 崔晓强. 弦支穹顶结构体系的静、动力性能研究[D]. 北京: 清华大学, 2003 (Cui Xiaoqiang. Studies on static and dynamic of suspend-dome structures [D]. Beijing: Tsinghua University, 2003 (in Chinese))
- [7] 刘佳, 张毅刚, 李永梅. 大跨度索承网壳结构分层张拉成形试验研究[J]. 工业建筑, 2005, 35(7): 86-89 (Liu Jia, Zhang Yigang, Li Yongmei Experimental study on construction of tensioning by layers on large space prestressed cable supported lattice shell [J]. Industrial Construction, 2005, 35(7): 86-89 (in Chinese))
- [8] 张国军, 葛家琪, 秦杰等. 2008奥运会羽毛球馆弦支穹顶

- 预应力张拉模拟施工过程分析研究[J]. 建筑结构学报, 2007, 28(6): 31-38(Zhang Guo jun , Ge Jiaqi Qin Jie, etal Simulating analysis of prestressing construction process of the suspend-dome of the badminton gymnasium for 2008 Olympic Games [J]. Journal of Building Structures, 2007, 28(6): 31-38 (in Chinese))
- [9] 王永泉, 郭正兴, 罗斌等. 常州体育馆大跨度椭圆形弦支穹顶预应力拉索施工[J]. 施工技术, 2008, 37(3): 33-36 (Wang Yongquan, Guo Zhengxing, Luo Bin, etal Prestressed cable construction of large-span elliptic suspended-dome in Changzhou Gymnasium [J]. Construction Technology, 2008, 37(3): 33-36 (in Chinese))
- [10] 郭佳民, 袁行飞, 董石麟等. 弦支穹顶施工张拉全过程分析[J]. 工程力学, 2009, 26(1): 198-203(Guo Jiamin, Yuan Xing fei Dong Shilin, etal Global-process Pretensioning analysis of suspend-dome [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(1): 198-203(in Chinese))

(上接第31页)

从式(2)~式(5)可以看出,对于体外预应力混凝土连续梁,由于 $f_{ps}^u \leq f_{ps}^b$,以 f_{ps}^b 代替 f_{ps}^u 代入式(2)~式(5)来计算截面中性轴高度 c ,得到的弯矩重分布值必然小于相应的 f_{ps}^u 代入值,这对受负弯矩作用的连续梁支座截面是偏于安全的;但对受正弯矩作用的跨中截面则有可能偏于不安全。

因此,实际设计中,可按中国《混凝土结构设计规范》(GB 50010-2010)公式来计算体外预应力混凝土连续梁的弯矩重分布值,但必须合理确定体外预应力筋的极限应力。

5 结论

(1) 3根体外预应力混凝土连续梁中支座截面试验实测的弯矩重分布值分别为12.8%、16.9%及14.6%;介于10%~20%之间。

(2) 与试验实测值相比,美国ACI 318-95规范及中国GB 50010-2002规范关于连续梁弯矩重分布的计算值较为保守;加拿大A23.3-M84规范除B5梁外,最为接近;而英国BS8110规范则偏于不安全。

(3) 实际设计中,可按中国《混凝土结构设计规范》(GB50010-2010)公式来计算体外预应力混凝土连续梁的弯矩重分布值,但必须合理确定体外预应力筋的极限应力。

参考文献

- [1] Kodur V K R, Campbell T I. Evaluation of moment redistribution in a two-Span continuous prestressed concrete beam [J]. ACI Structural Journal, 1996, 93(6): 721-728.
- [2] Wyche P J, Uren J G, Reynolds G C. Interaction between prestress secondary moments, moment redistribution, and ductility—a treatise on the Australian concrete codes [J]. ACI Structural Journal, 1993, 89(1): 57-70.
- [3] ACI Committee 318, Building code requirements for structural concrete (ACI 318-95) and commentary (318R-95) [S]. Farmington Hills, Michigan, USA: American Concrete Institute, 1995: 369.
- [4] Canadian Standards Association. Code for the design of concrete structures for buildings (CAN3-A23.3-M84) [S]. Rexdale, Ontario, Canada, 1984: 281.
- [5] British Standards Institution. The structural use of concrete: Part I, code of practice for design and construction [S]. 389 Chiswick High Road, London, UK: British Standards Institution, 1985: 99.
- [6] GB 50010-2010, 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
- [7] GB 50010-2010, Code for design of concrete structures [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2010. (in Chinese)
- [7] Mattock A H, Yamzaki J, Kattula B T. Comparative study of prestressed concrete beams with and without bond [J]. ACI Journal, 1971, 68(2): 116-125.
- [8] Lin T Y, Thornton K. Secondary moment and moment redistribution in continuous prestressed concrete beams [J]. PCI Journal, 1972, 17(1): 8-20.
- [9] ACI Committee 318. Code requirements for reinforced concrete (ACI 318-71) [S]. Farmington Hills, Michigan, USA: American Concrete Institute, 1971: 78.
- [10] Du Jinsheng, Liu Xila. Experimental study of RC continuous beams strengthened by external prestressing [C]// Innovation and sustainability of modern railway: Lei Xiaoyan. Proceedings of ISMR' 2008. Beijing: China Railway Publishing House, 2008: 221-227.
- [11] Aravinthan T, Witchukreangkrai E, Mutsuyoshi H. Flexural behavior of two-span continuous prestressed concrete girders with highly eccentric external tendons [J]. ACI Structural Journal, 2005, 102(3): 402-411.
- [12] 简斌, 白绍良, 王正霖. 预应力混凝土连续梁弯矩调幅的延性要求[J]. 工程力学, 2001, 18(2): 51-57. Jian Bin, Bai Shaoliang, Wang Zhenglin. Ductility requirement in the moment redistribution of prestressed concrete continuous beams [J]. Engineering Mechanics, 2001, 18(2): 51-57. (in Chinese)