

锚索框架梁中格构梁的内力计算方法研究

李海民 钟瑞辉 刘璇

(柳州欧维姆工程有限公司 柳州 545005)

摘要: 锚索框架梁是边坡中常用的支护形式,对框架形式的格构梁的内力计算,通常是把格构梁简化为单根连续梁,然后选取适当的地基模型,通过相应的本构关系来进行求解^[1]。本论文着重讨论Winkler地基模型和弹性半空间地基模型在格构梁内力计算中的适用性。

关键词: 锚索框架梁 Winkler地基模型 弹性半空间地基模型 FLAC^{3D}

1. 基于Winkler地基模型的格构梁理论计算

1.1 基本理论

Winkler假定认为,土体表面任意一点的压强强度与该点的沉降成正比^[2],即:

$$p(x) = ky \quad (1)$$

式中为基床系数(kN/m³)。

可推知弹性地基梁的挠曲微分方程为

$$E_b I_b \frac{d^4 y}{dx^4} = -kby + q(x) \quad (2)$$

式中, E_b、I_b分别为梁的弹性模量和惯性矩(m); b为梁宽(m); q(x)为梁上荷载。

该方程的通解为:

$$y = e^{\lambda x}(C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) + e^{-\lambda x}(C_3 \cos \lambda x + C_4 \sin \lambda x) \quad (3)$$

式中, λ为弹性梁的弹性特征(1/m); 常数C₁、C₂、C₃和C₄由荷载情况及边界条件确定。

根据材料力学知识, $-E_b I_b \frac{d^2 y}{dx^2} = M$, $-E_b I_b \frac{d^3 y}{dx^3} = V$, 再由(3)式可得到梁的弯矩和剪力的表达式。1946年, Heteryi给出有限长梁上作用有集中力时,梁的挠度、弯距、剪力的解析解:

$$y(x) = \frac{P\lambda}{kb[\sinh^2(\lambda l) - \sin^2(\lambda l)]} I_3 \quad (4)$$

$$M(x) = \frac{P}{2\lambda[\sinh^2(\lambda l) - \sin^2(\lambda l)]} I_1 \quad (5)$$

$$V(x) = \frac{P}{\sinh^2(\lambda l) - \sin^2(\lambda l)} I_2 \quad (6)$$

式中, I₁、I₂、I₃分别为x的函数, l为梁长。

对于实际工程锚索框架梁支护中纵横相交的格构梁,为了简化计算,可分别将其拆分成

若干根纵梁和横梁。每根纵梁(或者横梁)可以看作是紧贴坡面的有限长梁,预应力锚索的作用可简化为作用于梁上的多个集中力作用。

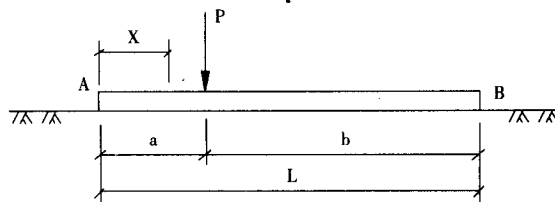


图1 Heteryi解析示意图

1.2 算例分析

采用如图2所示的计算模型,格构梁受三个锚固力作用,单个锚固力大小P=500kN,锚索间距5m,梁端延伸长度2.5m,梁的截面尺寸为0.5m×0.5m,当基床系数k从5×10⁴~100×10⁴kN/m³变化时,相应梁弯矩、剪力的变化示于图3。

在计算过程中,对于相同尺寸的格构梁模型,在相同锚固力作用下,分析不同的地基参数(基床系数k)会对格构梁的内力产生影响。

比较k=5×10⁴kN/m³和k=15×10⁴kN/m³两种情况下的计算结果,其内力变化不超过15%。因而,对于普通的土质地基(k=5~15×10⁴kN/m³),k值的变化对梁内力的影响并不十分显著。同理,比较k=50×10⁴kN/m³和k=100×10⁴kN/m³两种情况下的计算结果,内力变化最大可超过40%。所以,对于软岩和中强风化的坚硬岩石地基(k=20~100×10⁴kN/m³),k值的变化对梁内力有一定影响。

由于Winkler地基模型对地基性状进行了简化,地基中任意点的变形仅与该点的荷载有关,不考虑相邻荷载的相互影响,导致应力不

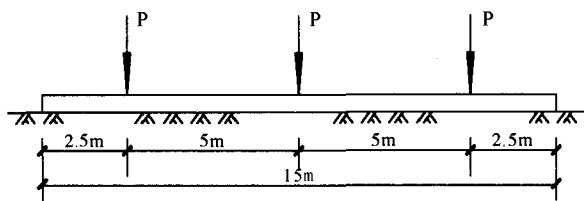


图2 计算模型简图

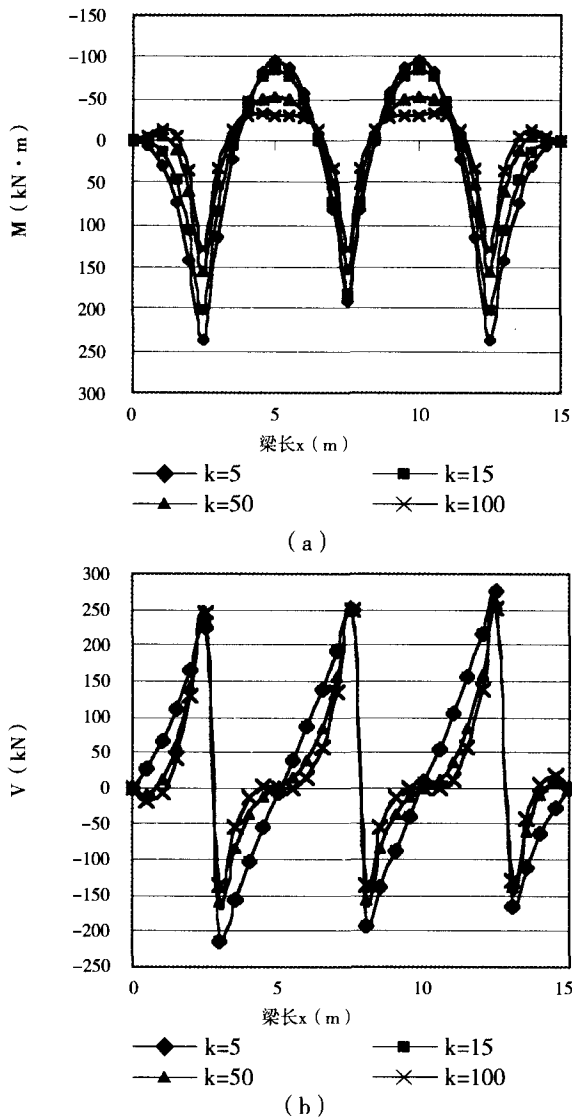


图3 不同k值时梁的弯矩(a)、剪力(b)图 (k单位:10⁴kN/m³)

扩散。所以,从理论上讲,Winkler地基模型更接近于坡体较破碎、强度低、无良好弹性性质的情况。

2. 基于弹性半空间地基模型的格构梁理论计算

2.1 基本理论

弹性半无限空间地基模型认为地基是密实而均匀的弹性物体,格构梁置于其表面,两者

应满足相应的静力平衡条件和变形协调条件。首先,作用于格构梁上的锚索作用力应与格构梁所受的地基反力相平衡。其次,格构梁底面应与地基始终接触,所以在外力(锚索作用力和地基反力)作用下格构梁上某点产生的挠度,应等于同一点地表的沉陷量。根据上述两点,应用弹性理论计算地基的沉陷,用材料力学公式计算梁的变形,然后由变形协调条件和静力平衡条件可确定地基反力。求出地基反力的分布后,格构梁上的作用荷载均为已知,取格构梁的一段脱离体根据力的平衡即可计算格构梁的内力^[3]。根据这一思路,可以采用多种计算方法实现对梁内力的计算,本文采用级数法进行分析。

首先,将地基反力 $p(x)$ 近似地表达为有限项的幂级数:

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n \quad (7)$$

其中的 $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 就是所求的 $n+1$ 个基本未知量。利用两个静力平衡方程($\sum Y=0, \sum M=0$)和 $n-1$ 个变形连续方程(在 $n-1$ 个点处梁的挠度应与地基沉陷相等),可以解出基本未知量。因此,问题归结为解 $n+1$ 个代数方程。在实际计算中,可以利用对称性对计算进行简化。

2.2 算例分析

地基的弹性模量 E 是表征弹性半无限空间地基性状的重要参数。选取 $E=20\text{MPa}$ 的土质地基和 $E=300\text{MPa}$ 的软岩质地基,采用第1.1节中相同的计算模型和荷载情况,用幂级数法计算格构梁的内力。图4给出了计算结果。可以看到随着地基参数的变化,梁剪力变化幅度较小,但弯矩变化突出。其中,在土质地基($E=20\text{MPa}$)上,梁的弯矩值均为正(底部受拉),且弯矩最大值出现在梁的中部。

此外,为了分析同类地基情况下, E 值的变化对梁内力的影响,再选取 $E=10\text{MPa}$ 的土质地基和 $E=1000\text{MPa}$ 岩质地基,带入上述模型(图2)进行计算。将上述四组结果绘于图5中。显然,当 $E=300\text{MPa}$ 和 $E=1000\text{MPa}$ 时,格构梁的弯矩曲线几乎重合,说明在岩质地基情况下, E

值对格构梁内力影响很小。而对于土质地基，E值越小，相应的格构梁正弯矩值越大。

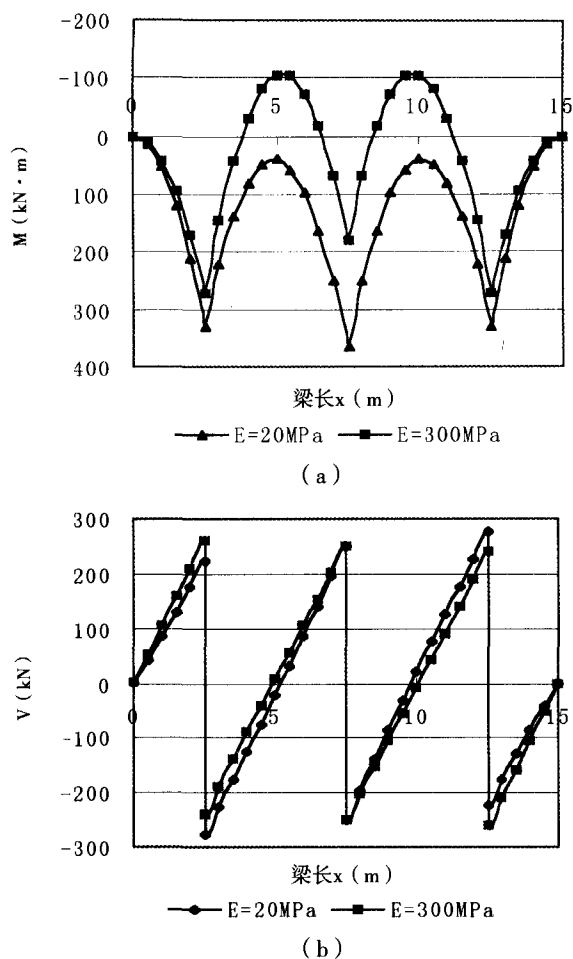


图4 不同E值时梁的弯矩(a)、剪力(b)图

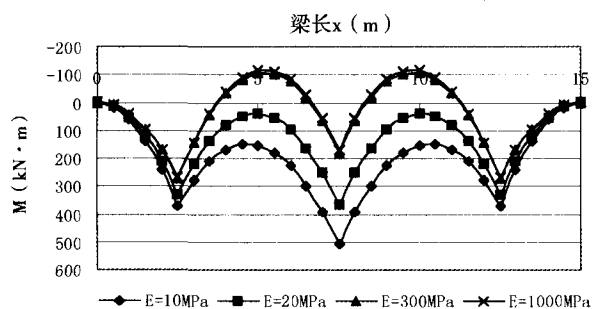


图5 土质或岩质地基时梁弯矩随E值的变化

3. 格构梁的数值模拟

3.1 数值分析模型

以上采用两种理论方法对相同工况下的同一格构梁模型(图2)进行了计算,现采用FLAC^{3D}对其进行数值模拟^[4],为对比分析两种方法的计算结果提供依据。

数值模型的建立

根据图2所示的基本模型,在数值分析模型中,采用一个长方体模拟地基,对单根梁所接触的地基范围进行了延伸和拓展,使地基的边界条件更接近实际情况,并在长方体周边和底部施加约束边界。采用FLAC^{3D}提供的梁单元模拟单根简化了的格构梁,锚固力简化为集中力作用于梁上。数值分析模型的相关尺寸如图6所示。

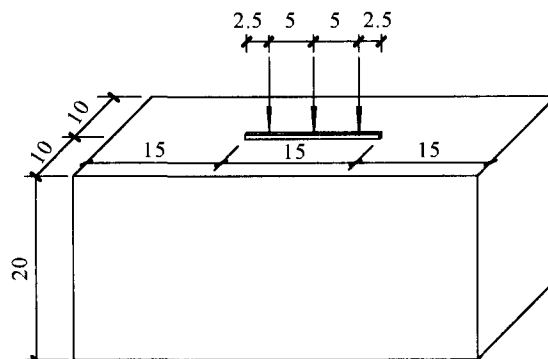


图6 数据计算模型

此外,地基采用莫尔-库仑模型,并分土质地基和岩质地基两种情况进行计算,相关的力学参数见表1。梁单元为两个节点的线单元,采用线弹性材料,相关力学参数见表2。

表1 地基的力学参数

名称	变形模量 /MPa	泊松比	密度 (kg/m ³)	剪切模量 /MPa	粘结力 /MPa	摩擦角 (°)
土质地基	20	0.3	1900	7.7	0.02	30
岩质地基	200	0.25	2400	80	0.05	35

表2 梁的力学参数

名称	弹性模量 /MPa	泊松比	密度 (kg/m ³)	截面面积 (m ²)	转动惯量 (m ⁴)
梁	2.55 × 10 ⁴	0.3	2500	0.25	5.2 × 10 ⁻³

3.2 数值计算结果与理论解的对比分析

三种方法计算结果的对比,主要是观察同类地基条件下,三种结果的数值大小以及变化规律的差异。将FLAC^{3D}计算结果与同类地基条件下基于前述两种理论的计算结果,绘制于同一张图表中,如图7~10所示,分别按照土质地基和岩质地基情况下,梁的弯矩、剪力进行绘制。不难发现,三种方法计算的剪力值差别不大,弯矩值的分布存在明显的差异。

计算分析

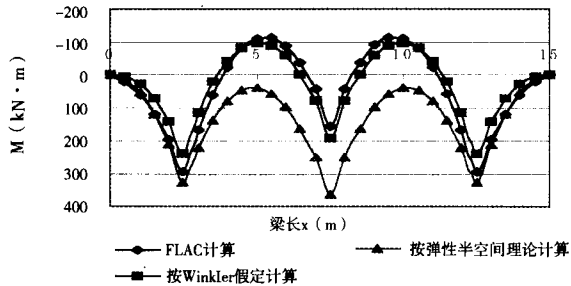


图7 土质地基上梁的弯矩值

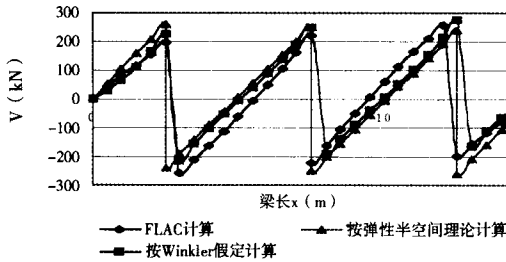


图8 土质地基上梁的剪力值

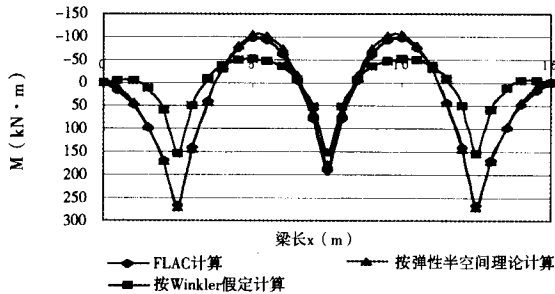


图9 岩质地基上梁的弯矩值

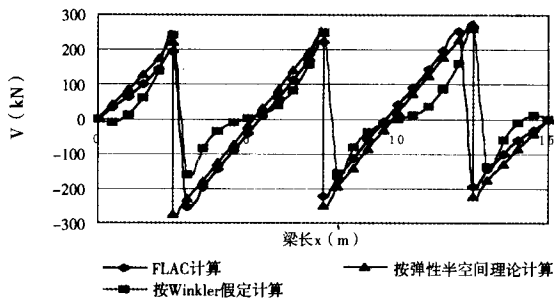


图10 岩质地基上梁的剪力值

对于土质地基，根据Winkler假定得到的弯矩图和FLAC的计算结果相比，其变化分布规律一致，吻合较好。但按弹性半无限空间理论得到的弯矩图没有出现负弯矩区段，且最大弯矩位于梁中部，这与数值计算的结果有较大出入。

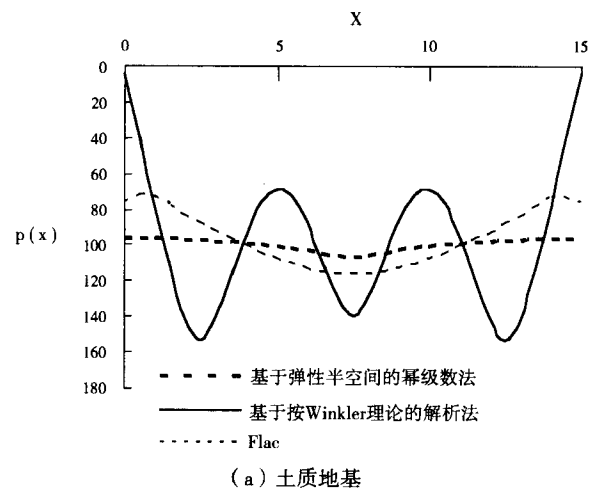
4. 格构梁的内力计算方法评价

图2所示的计算模型中，作用于梁上的外力包括集中力和地基反力，这两种外力的变化引起梁内力的变化。由于数值计算和理论分析均采用同一模型，即梁上的集中力作用相同，所以导致梁内力计算结果差异的原因是三种方法

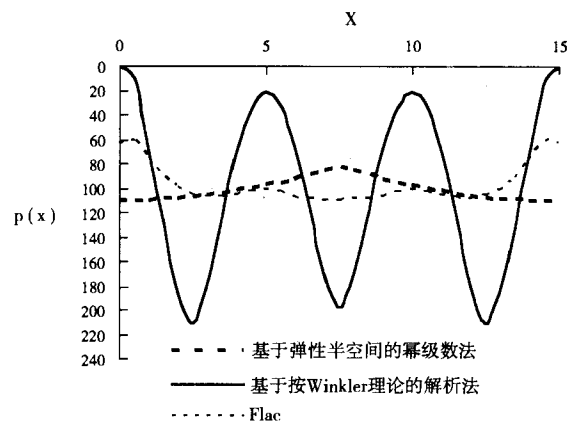
算得的不同的地基反力分布。

三种计算方法均可计算出相应的地基反力分布。首先，基于Winkler假定的解析法可由Heteryi解析解和叠加原理算得梁的挠度分布 $y(x)$ ，再根据Winkler假定 ($p(x)=ky$)， $y(x)$ 乘以基床系数 k ，即得到地基反力分布。其次，基于弹性半无限空间理论的幂级数法，是将地基反力 $p(x)$ 近似地表达为有限项的幂级数，利用平衡条件，解方程组，最终得到地基反力分布的表达式。另外，在FLAC分析中，可利用后处理的输出结果，反算出作用于每个梁节点上的地基反力，从而得到沿梁长的地基反力分布。

根据上述分析，分别计算出在土质地基和岩质地基上，基于三种方法的地基反力分布，如图11所示。由图可见，地基反力分布不仅受岩土体参数的影响，也和计算理论对地基性状的假设密切相关。



(a) 土质地基



(b) 岩质地基

图11 三种方法计算得到的地基反力分布

(下转第28页)

(7) 横梁提升前, 横梁预埋管与相对应的拱肋预埋管并不在一条直线上, 以致横梁被提升至刚离地时会有一定摆动, 此时泵站应停机, 待横梁稳定后再继续提升。

(8) 由于两台千斤顶的提升速度有时会不同, 所以在提升过程中, 主控台操作人员应注意观察, 当横梁两端高差大于50cm时, 应将速度较快的千斤顶停机, 待横梁两端基本持平后, 再将其启动。

5. 结束语

贵阳观山大桥横梁的提升安装成功, 为液压提升系统在桥梁工程上的应用又提供了一个成功的范例。该系统在本工程中充分利用已预先完工的自身结构(拱肋)作为横梁提升的承重构件, 并将吊杆作为承重索的一部分, 使得横梁提升安装与吊杆安装同步完成, 即节约了

工程成本, 又加快了施工进度。液压提升系统还具有体积小、安装简便、操作简单、起重力大、运行平稳、安全可靠、施工快捷、成本较低等优点, 随着对其进行不断的改进和完善, 液压提升系统必将在更多的领域得到更广泛的推广和应用。

参考文献

1. 肖仁富.《上海东方明珠广播电视塔天线桅杆整体攀升技术》.OVM论文集.1999年10月
2. 吴志勇.《上海大剧院钢屋架整体提升设备与技术》.OVM论文集.1999年10月
3. 唐建国等.《大跨度桥梁构件连续提升技术及工程应用》.OVM论文集.1999年10月
4. 肖仁富等.《液压提升技术的研究开发与应用》.OVM通讯.2002年12月
5. 肖朝辉等.《烟台市莱佛士船厂370T×100m龙门起重机液压提升安装施工》.OVM通讯.2002年4月

(上接第9页)

由于Winkler假定实际上是把地基模拟为刚性底座上一系列独立的弹簧, 某一点受压力时, 只在该点局部产生沉陷, 不影响其它地方。故由此算得模型中地基反力的分布起伏变化明显, 受上部集中力的影响很大, 在岩质地基中, 由于基床系数增大, 故地基反力的起伏变化更加显著。弹性半无限空间地基模型考虑了地基连续性的特点, 因此计算得到的地基反力分布更加趋于均匀, 在土质地基中, 其地基反力分布基本呈一条直线; 在岩质地基中, 由于弹性模量较大, 地基材料自身的刚度和抵抗变形的能力增强, 使得在梁的中段地基反力减小, 分布呈略上凸的曲线形式。在FLAC计算中, 地基材料特性采用弹塑性物理模型, 破坏准则采用莫尔-库仑准则, 计算得到的地基反力在梁中段较梁两端更大, 同时由于土质地基弹性模量和 c 、 ϕ 值较小, 土体变形更加连续、均匀, 相应地基反力分布也更加平滑。

通过对比分析, 得到以下结论:

(1) 对于土质地基, 基于Winkler假定的解

析法得到的梁的弯矩值更接近数值分析的结果, 也更符合现场试验的结果。而基于弹性半无限空间理论的幂级数法不能完全反应出梁的实际受力情况, 即不能计算梁上的负弯矩区段。

(2) 对于岩质地基, 两种理论方法均可计算出梁上正负弯矩的分布, 但基于Winkler假定的解析法得到的弯矩值偏小, 基于弹性半无限空间理论的幂级数法得到的弯矩值与数值分析结果吻合较好。

因此, 分析置于土质地基上受多个集中荷载作用的有限长梁时, 建议采用基于Winkler假定的解析法来计算梁的内力。当地基为岩质材料时, 两种理论方法都可用于计算梁的内力。

参考文献

- [1] 许英姿, 朱劲松. 公路边坡防护中常见格构锚固结构分析[J]. 桂林工学院学报. 2003, 23(1): 106~109
- [2] 丁大钧等. 弹性地基梁计算理论和方法[M]. 南京: 南京工学院出版社. 1986
- [3] 龙驭球. 弹性地基梁的计算[M]. 北京: 人民教育出版社. 1981
- [4] 杨立强, 张中杰等. FLAC基本原理及其在地质学中的应用[J]. 地质前缘. 2003, 10(1)