

基于曲率模态的预应力混凝土损伤定位

罗青松

(华中科技大学 土木工程与力学学院 湖北 武汉 430074)

摘要: 本文采用曲率模态对预应力钢筋混凝土的损伤定位进行了研究, 采用有限元方法计算出结构的位移模态, 根据得到的位移模态利用差分计算得到曲率模态曲线, 数值计算结果表明曲率模态曲线的变化对结构的损伤存在, 定位是可行的。

关键词: 预应力钢筋混凝土 ANSYS 损伤检测 曲率模态曲线 位移模态

1. 基本原理

由振动理论, 梁的横向无阻尼自由振动微分方程为

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}] + m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中 $y(x, t)$ 表示 t 时刻梁轴线任一截面 x 处的横向振动位移, $EI(x)$ 为梁的抗弯刚度, $m(x)$ 为梁的单位长度质量。

根据模态理论, 方程 (1) 的解可以表达为模态叠加的形式

$$y(x,t) = \sum \phi_r(x) q_r(t) \quad (2)$$

式中 $\phi_r(x)$ 和 $q_r(t)$ 分别是位移模态振型和模态坐标, 位移模态振型之间的正交关系由下式得:

$$\int_0^l \phi_r(x) \phi_s(x) m(x) dx = 0 \quad s \neq r$$

$$\int_0^l \phi_r(x) \phi_s(x) m(x) dx = m_r \quad s = r \quad (3)$$

$$\int_0^l \phi_r(x) \frac{d^2}{dx^2} [EI(x) \frac{d^2 \phi_s(x)}{dx^2}] dx = 0 \quad s \neq r$$

$$\int_0^l \phi_r(x) \frac{d^2}{dx^2} [EI(x) \frac{d^2 \phi_s(x)}{dx^2}] dx = k_r = \Omega_r^2 m_r \quad s = r \quad (4)$$

式中 m_r 为第 r 阶模态质量, Ω_r 为第 r 阶模态频率, 将 (2) 代入 (1), 左乘 $\phi_r(x)$, 积分并利用 (3), (4) 的正交关系, 得到

$$m_r q_r''(t) + \Omega_r^2 m_r q_r(t) = 0$$

消去 m_r 得

$$q_r''(t) + \Omega_r^2 q_r(t) = 0$$

令 $q_r(t) = Y_r \sin \omega_r t$ 代入上式得

$$(\Omega_r^2 - \omega_r^2) Y_r \sin \omega_r t = 0$$

$Y_r \sin \omega_r t \neq 0$, 则 $\Omega_r^2 - \omega_r^2 = 0$, 则 $\Omega_r = \omega_r$, $q(t)$

$$= Y_r \sin \omega_r t$$

梁的曲率响应

$$S(x) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \sum \phi_r''(x) Y_r \sin \omega_r t$$

由曲率曲线公式

$$\kappa = Y'' / (1 + Y'^2)^{3/2} \quad (5-1)$$

通常 $Y' = 1$, 则上述振型曲率

$$\kappa = Y_r''(x) = M(x) / EI \quad (5-2)$$

$\phi_r''(x)$ 为第 r 阶曲率模态, $M(x)$ 是截面 x 处的弯矩。

结构的局部损伤会导致局部的 EI 降低, 由公式 (5) 得损伤处的曲率响应值增大, 在曲率模态图上表现为数值突变。

在有限元离散模型的振动模态分析中, 通过 ANSYS 有限元计算得到等间距离散节点处的位移模态振型, 通过中央差分格式^[3]近似计算同样可以得到离散的曲率模态:

$$\phi_i''(x) = \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + 2\phi_{i-1}}{(\Delta l)^2} \quad (6)$$

式中下标 i 表示每个节点, Δl 是相邻两个节点的距离。

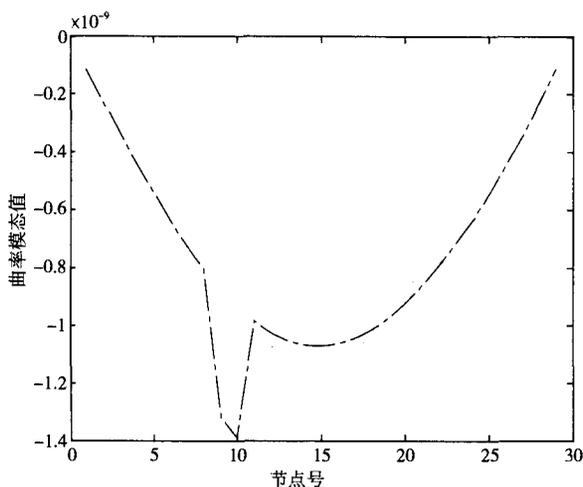
2. 简支梁结构损伤识别的数值研究

考虑采用有限的荷载工况对梁进行损伤识别, 用不同的单元数来模拟不同数量的测量数据。已知矩形截面简支梁长度为 3000mm, 截面尺寸 200 × 400mm, 弹性模量 210GPa, 泊松比为 0.3, 材料密度为 $\rho = 7800 \text{kg/m}^3$ 。单元的损伤通过单元抗弯刚度的减小来模拟^[4,6], 采用有限元分析软件 ANSYS 对结构进行模态分析, 计算简支梁的模态位移, 提取结构的前 5 阶模态, 结构的曲率模态根据 (6) 式由编制的 MATLAB 程序进

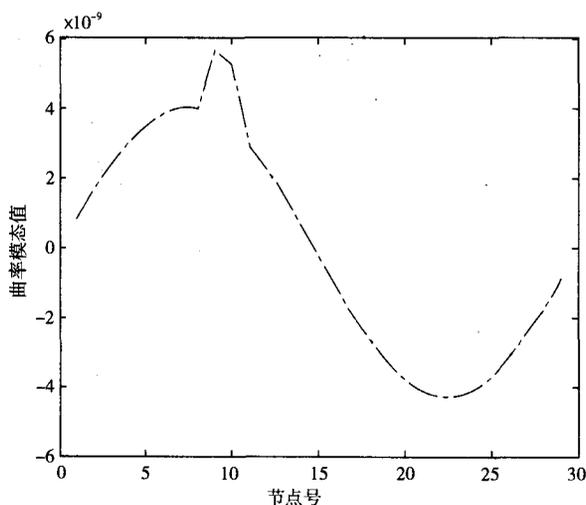
行计算得到。该分析中梁划分为30个单元。

由Cawley和Pandey的假定^[7],认为结构单元损伤只引起单元刚度的下降而不引起单元质量的改变。

考虑单元10损伤50%,根据ANSYS计算得出的五阶模态节点位移,根据MATLAB编制的程序得到结构的曲率模态。



第一阶曲率模态



第二阶曲率模态

从以上的五阶曲率模态图可以看出第一阶和第二阶曲率模态很好地反映横向振动时受损单元的位置,即在受损单元节点处出现了明显的曲线突变,而在其他地方曲线均是平滑的。

3. 预应力钢筋混凝土损伤定位的数值研究

3.1 模型的选取^[5]

钢筋混凝土有限元模型根据钢筋的处理方式主要分为三种:分离式,整体式和组合式。

把混凝土和钢筋作为不同的单元来处理,即混凝土和钢筋各自被划分为足够小的单元,在本文中混凝土水平向单元的尺寸为50mm,垂直向为20mm;钢筋单元为50mm,两者的刚度式分开来求解,考虑到钢筋为细长材料,忽略其抗剪强度,把钢筋作为线单元处理,认为钢筋和混凝土之间粘结很好,两者之间不会发生相对滑移,则两者之间可视为刚性联结,不需要联结单元,一般混凝土是存在裂缝的,而开裂必然导致钢筋和混凝土变形不协调,也就导致了粘结的失效与滑移,因而采用分离式模型。

3.2 单元选择^[5]

混凝土采用ANSYS单元库中用于模拟混凝土单元的SOLID65单元,该单元主要用于模拟三维混凝土和预应力混凝土单元,其实体模型具有拉裂,压碎,塑性变形及其徐变,单元生死等性能,同时具有八个节点,每个节点有X,Y,Z三个自由度方向,还可对三个方向的含筋情况进行定义。

钢筋单元用ANSYS单元库中的LINK8单元,三维LINK8单元可以用于模拟刚杆,斜拉索,单元的两个节点具有三个方向的自由度,LINK8单元只能承受拉应力和压应力,不承受弯矩和剪力,它具有塑性,膨胀,应力刚化,大变形,大应变,单元生死等功能。

3.3 钢筋预应力的施加

在预应力钢筋混凝土有限元分析中,钢筋的预应力通常用等效的外载来代替,将其施加到结构上,然后计算结构应力分布情况,再用叠加内力的方法分析结构中钢筋混凝土的受力情况。在本文中采用降温法对钢筋施加预应力:首先为钢筋单元设定一个初始温度,然后对钢筋施加一个降温过程的温度值,使钢筋单元产生一个收缩变形,此初始应变将使钢筋产生预拉应力,作为模型中钢筋的预应力。钢筋的降温公式为

$$\Delta T = P / EA\alpha$$

式中 ΔT 为钢筋降温值, E 为钢筋弹性模量, α 为钢筋线膨胀系数, A 为钢筋面积, P 为预应力施加值。

3.4 程序的收敛设置

ANSYS求解非线性问题要打开Line search是

线性搜索，激活它可以与增量的Newton-Raphson方法一起使用，但是不能与arc-length方法一起使用。经过多次试算发现对于ANSYS结构分析中力的收敛(F)，位移的收敛(U)，弯矩的收敛(M)，转动的收敛(ROT)准则，位移的收敛准则相对来说是容易使计算收敛的。所以在本文中用ANSYS对预应力钢筋混凝土作有限元分析时采用位移范数来控制非线性迭代过程的收敛，其迭代方程为：

$$\{u\}_{n+1} = -[K_T]^{-1}\{\psi\}_n + \{u\}_n$$

式中 K_T 为切线刚度矩阵， $\{\psi\}$ 为外荷载矢量， $\{u\}_{n+1}$ ， $\{u\}_n$ 为位移矢量。

3.5 算例分析

已知该矩形截面混凝土简支梁的截面尺寸为 $150 \times 300\text{mm}$ ，梁的长度为 4000mm ；预应力钢筋直径 20mm ，钢筋距梁底 30mm ，钢筋预应力施加值 6.6kN 。

混凝土的抗压强度 $f_c = 24.5\text{MPa}$ ，混凝土的抗拉强度 $f_t = 2.45\text{MPa}$ ，混凝土弹性模量 $E_c = 2.1 \times 10^4\text{MPa}$ ，混凝土密度 $\rho = 2400\text{kg/m}^3$ ，钢筋弹性模量 $E_s = 2.1 \times 10^5\text{MPa}$ ，钢筋的密度 $\rho = 7800\text{kg/m}^3$ ，泊松比均为 0.3 。

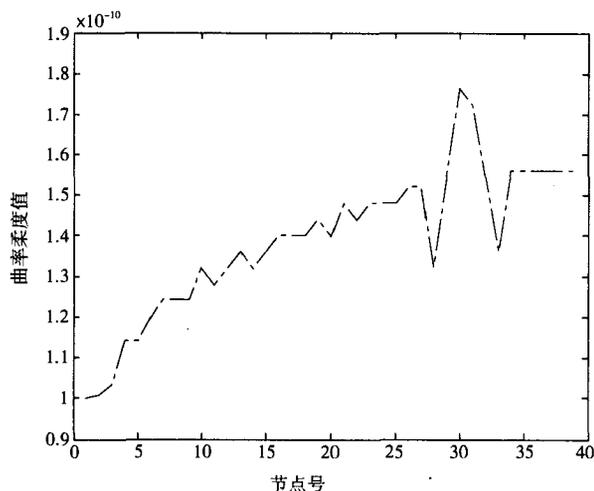
假定梁受弯时截面上混凝土，钢筋的应变符合平截面假定。

采用有限元分析软件ANSYS对混凝土梁进行模态分析，建模时采用对称的形式，可以简化计算。计算简支梁的模态位移，提取结构的前5阶模态，在后处理中提取梁底部中线上的所有节点位移值，将这些节点按从简支向跨中的方向重新编号为 $0-40$ ，结构的曲率模态通过(6)式由自己编制的MATLAB程序进行计算。

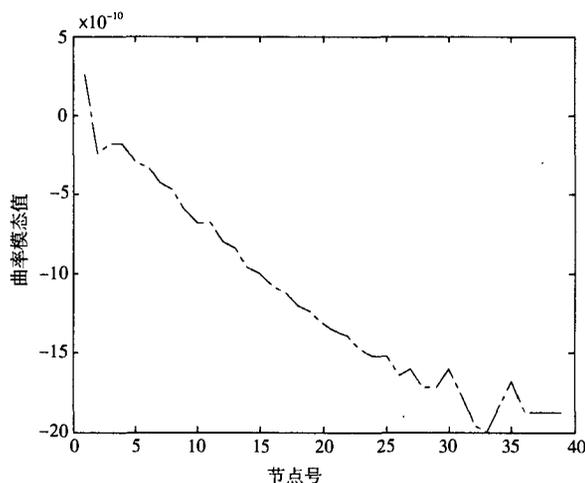
在距支座 1700mm 梁底部处预设 60mm 高的 50% 的单元损伤，对应的位置正好是在节点 $30-35$ 之间，五阶的曲率模态图中只有 $30-35$ 号节点之间曲线出现了很明显的跳跃。说明该方法对于预应力混凝土损伤的定位是比较可行的。

5. 结论以及展望

曲率模态是根据位移模态差分的方法得到的曲线关系，根据曲线的跳跃性能较好地反映出单一损伤时的损伤单元位置。



第一阶曲率模态



第二阶曲率模态

在实际的结构中采用灵敏度较高的位移数据采集器，根据采集的数据得到该结构的曲率模态从而对结构的损伤部位进行定位应该是一种可行的方法。

参考文献

1. 庄表中，梁以德，张佑启。结构随机振动。北京：国防工业出版社，1995。
2. 方同，薛璞。振动理论及应用。西安：西北工业大学出版社，1998。
3. 张汝清，殷学纲，董明。计算结构力学。重庆：重庆大学出版社，1987。
4. 李德葆，陆秋海，秦权。承弯结构的曲率模态分析。清华大学学报（自然科学版）2002，42（2）：224-227。
5. 郝文化。ANSYS7.0实例分析与应用。北京：清华大学出版社，2004。
6. 李功宇，郑华文。损伤结构的曲率模态分析。振动，测试与诊断，2002，22（2）：136-141。
7. Cawley et al. The location of defects in structures from measures from measurement of natural frequencies, Journal Strain Analysis, 1979, 14(2):49-57.