

考虑硬化条件求解圆形巷道塑性区的应力

孙学毅

(柳州欧维姆工程有限公司 545005)

摘要: 本文介绍考虑硬化条件求解圆形巷道塑性区的应力计算方法。

关键词: 圆形巷道 塑性硬化 R·MiSeS条件

1. 前言

地下工程中围岩的应力状态决定着围岩的稳定性。从分析的角度出发, 就要建立符合岩石应力-应变关系的物理模型。近年来随着试验技术的发展, 国内外对岩石的应力-应变全曲线开始进行深入研究。实验表明, 对于软弱岩体应力-应变关系在高围压下弹性以后不是理想塑性状态, 而是有类似金属材料塑性硬化阶段。据此, 本文考虑岩石的硬化条件, 求解单一巷道轴对称状态下的应力场。如图1所示。

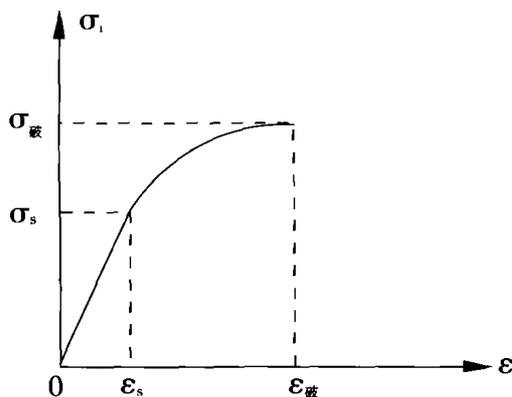


图1 软弱岩石 $\sigma-\varepsilon$ 曲线

弹性阶段 $\sigma_i = \phi(\varepsilon_i)$ 为线性关系, 当 σ_i 达到 R·MiSeS 条件时, 物理方程线性关系破坏, 方程 $\sigma_i = \phi(\varepsilon_i)$ 变成非线性, 此时称为硬化条件, $\varepsilon_s - \varepsilon_{破}$ 为硬化阶段。

$$\sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_a^r \phi\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{B}{r^2}\right) \frac{ar}{r} dr$$

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \phi\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{B}{r^2}\right) + \sigma_r$$

$$\mu_a = \frac{\alpha D^2}{2\sqrt{3} G \cdot a}$$

2. 基本假设

2.1 由于巷道一般较长, 在长轴方向不发生

变形, 即 $\varepsilon_z = 0$ 。

2.2 假定岩石不可压缩, 载荷按静水压力分布, 即 $\varepsilon_{cp} = 0$, $\mu = 0.5$ 。

根据上述假设, 地下圆形巷道的求解可归为轴对称平面变形问题。当压力 p 使巷道壁面应力达到塑性条件时, 壁面岩石开始产生塑性变形。随着压力 p 的增大, 在靠近巷道壁形成一个塑性区, 如图2中阴影部分。

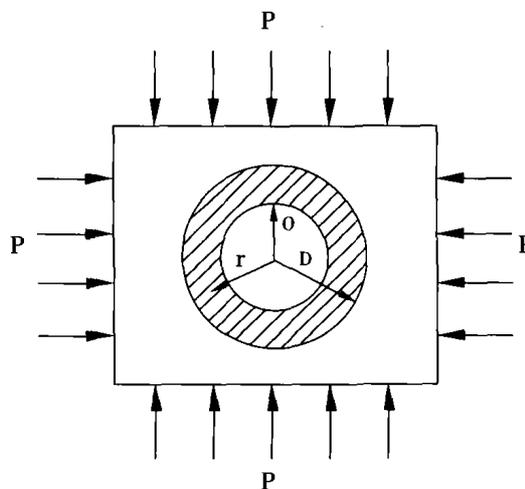


图2 巷道的弹塑性变形

3. 基本方程

根据上述基本假设, 由弹塑性小变形理论[1]

得:

$$\sigma_s - \sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_i \quad (1)$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (2)$$

$$\varepsilon_\theta = -\varepsilon_r = \frac{\mu}{r} = \frac{B}{r^2} \quad (3)$$

$$\sigma_r = \phi(\varepsilon_i) \quad (4)$$

式中:

B - 常数

σ_i - 岩石的应力强度

σ_r - 巷道围岩径向应力

σ_θ - 巷道围岩切向应力

r - 点的极径坐标

ε_i - 岩石的应变强度

u - 巷道围岩径向位移

ε_θ - 巷道围岩切向应变

ε_r - 巷道围岩径向应变

4. 确定塑性区应力

由(3)式及 $\varepsilon_z=0$, 求解得应变强度为

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)^2 + \varepsilon_r^2 + \varepsilon_\theta^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{B}{r^2} \quad (5)$$

根据(1)、(4)式可将(2)式写成

$$d\sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \phi(\varepsilon_i) \frac{dr}{r}$$

将上式在 a 到 r 的范围内积分, 即

$$\sigma_r - (\sigma_r)_{r=a} = \int_a^r \frac{2}{\sqrt{3}} \phi(\varepsilon_i) \frac{dr}{r}$$

由边界条件 $r=a$, $\sigma_r=0$ 得

$$\sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_a^r \phi(\varepsilon_i) \frac{dr}{r}$$

统一上式的积分变量

$$\sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \int_a^r \phi\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{B}{r^2}\right) \frac{dr}{r} \quad (6)$$

将(6)式, (5)式, (4)式代入(1)式求解得

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \phi\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{B}{r^2}\right) + \sigma_r \quad (7)$$

函数 ϕ 根据岩石的实验曲线来确定。可以用幂函数表示, 即

$$\phi(\varepsilon_i) = A \varepsilon_i^m \quad (8)$$

则(6)、(7)式可写成

$$\sigma_r \frac{1}{2m} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{m+1} A B^m \left(\frac{1}{a^{2m}} - \frac{1}{r^{2m}}\right) \quad (9)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2m} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{m+1} A B^m \left(\frac{1}{a^{2m}} + \frac{2m-1}{r^{2m}}\right) \quad (10)$$

式中 A 与 m 为常数, 由实验确定。

5. 确定塑性区常数 B 及巷道周边位移 u_a

由(3)式和 $B=ru$, 根据 R·MiSeS 条件在弹性区与塑性区交界 $r=a$ 处, 岩体开始屈服, 此时

$$\sigma_i = \sigma_s,$$

$$Q = P - \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

由于在界面上两个区域位移连续, 故可求得

$$B = \frac{\sigma_s D^2}{2\sqrt{3} \cdot G} \quad (12)$$

由(3)式可得常数 B 的物理意义为

$$B = au_a = Du_0 \quad (13)$$

由(12)、(13)式得塑性状态时巷道周边径向位移为

$$\mu_a = \frac{\sigma_s D^2}{2\sqrt{3} G \cdot a} \quad (14)$$

式中:

G - 岩石剪切模量

D - 塑性区半径

a - 巷道半径

σ_s - 岩石屈服极限, 由实验确定

P - 岩体初始应力, 取 γH

Q - 塑性区对弹性区作用力

6. 确定塑性区半径 D

在 $r=D$ 处, 根据弹性区边界条件(11)式得

$$(\sigma_r)_{r=D} = P - \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \quad (15)$$

再由塑性区内的应力表达式(9)式得

$$(\sigma_r)_{r=D} = \frac{1}{2m} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{m+1} A B^m \left(\frac{1}{a^{2m}} - \frac{1}{D^{2m}}\right) \quad (16)$$

将(15)式与(16)式联立得 D 与 P 关系

$$D = a \left[1 + \frac{\sqrt{3}^{2m} m G^m (P\sqrt{3} - \sigma_s)}{A \cdot \sigma_s^m} \right]^{\frac{1}{2m}} \quad (17)$$

7. 结论

7.1 分析(9)、(10)式, 当 $r=a$ 时

$$(\sigma_r)_{r=D} = 0$$

$$(\sigma_\theta)_{r=a} = \frac{2A}{(\sqrt{3})^{2m+1}} \left(\frac{\sigma_s D^2}{Ga^2}\right)$$

$$(\sigma_z)_{r=a} = \frac{A}{(\sqrt{3})^{2m+1}} \left(\frac{\sigma_s D^2}{Ga^2}\right)^m$$

将上式代入应力强度表达式

$$(\sigma_i)_{r=a} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{A}{\sqrt{3}^m} \left(\frac{\sigma_s D^2}{Ga^2}\right)$$

(下转第40页)

未必能满足经济发展所需,另外或者发展策略的需要,港珠澳大桥计划近年亦有人不断提出,到时澳门又会多一座大桥。

参考资料

1. 郑天祥,黄就顺,张桂霞,邓汉增.(1994).《澳日人口》.澳门基金会。
2. 罗定邦.(2001).《莲花大桥》.桥梁及边坡工程研讨会。
3. 澳门统计暨普查局.《2001年人口普查》及《1991年人口普查》。

附件1

澳门桥梁位置图



(上接第20页)

将物理方程 $(\sigma_i)_{r=a} = A \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{B}{a^2} \right)^m$ 代入

$$B = \frac{\sigma_s D^2}{2\sqrt{3} \cdot G} \text{ 同样得到 } (\sigma_i)_{r=a} = \frac{A}{3^m} \left(\frac{\sigma_s D^2}{G a^2} \right)^m$$

这说明当考虑硬化条件时,塑性区内任一点的应力满足物理方程,即满足硬化条件。这个结果与事实相符。实践表明,坚硬岩石属于脆性材料,受力状态达到弹性限时几乎没有发生明显的塑性变形就破坏,显然这类岩石用理想弹塑性模型来分析是不适合的。

近年来,有许多人防洞、铁路隧道、矿山巷道以及国防洞库等工程开挖在软弱岩体中,这种岩体含粘土成分很高,岩石的应力—应变曲线硬化部分的应力 $(\sigma_{破} - \sigma_s)$ 可达破坏时总应力的30%,所以本文根据岩石的硬化条件所作的分析,在工程上有一定的意义。

7.2 分析(14), (17)式得出,当围岩应力超过屈服强度时,巷道开挖的一瞬间就产生弹塑性位移,并同时形成一个塑性区,这就要求支护必须及时。事实上,岩石的屈服函数随时间而降低,这就要求我们深入研究时必需引入时间的概念⁽²⁾⁽³⁾。

参考文献

- (1) 李 谐, 塑性力学. 河海大学. 1979年
- (2) 刘宝琛, 喷射混凝土支护的作用机理. 金属学报. 第15卷第3期. 1979年
- (3) 朱维申, 粘弹-塑性介质中围岩与衬砌的应力状态. 力学学报. 1981年1期

欧维姆技术中心2004年认定评审在全国排名提升20位

国家发展和改革委员会委托中国科学院评估研究中心根据原国家经贸委二〇〇二年第24号公告公布的《企业技术中心评价指标体系》,对314家国家认定企业技术中心2003年度工作情况进行了评价。经综合评分,柳州欧维姆机械股份有限公司(原柳州市建筑机械总厂)国家级企业技术中心最后评价得分85分,排名第53名。(中

华人民共和国发展和改革委员会公告 2004年第53号文)比去年排名提前了20位。

这是欧维姆公司技术创新工作取得的丰硕成果。欧维姆公司的技术创新工作一直走在全国同行的前列,一大批高技术含量的专利产品陆续从这里走向全国以及东南亚市场。