

# 压力型预应力锚索受力分析

孙学毅 刘璇 刘成洲 韦勇生

(柳州欧维姆机械股份有限公司 545005)

**摘要:** 本文根据锚孔中锚固体与岩土体协调变形的情况, 采用Kelvin问题位移解求得了压力型预应力锚索锚固体轴向应力 $\sigma$ 和锚固体与孔壁间剪应力 $\tau$ 的近似分布规律。结果表明, 岩体中 $\sigma$ 、 $\tau$ 集中在受力点附近, 应力传递长度仅几十公分; 土体中 $\sigma$ 、 $\tau$ 集中程度远远小于岩体, 应力传递长度大于20m。本文提出在软土中采用钢梁替换水泥芯柱作为锚固体主体使压力型预应力锚索担心的两个控制应力 $\sigma$ 与 $\tau$ 减少一个, 只剩下剪应力 $\tau$ 。由于采用钢梁作为锚固体主体, 使剪应力 $\tau$ 峰值大大降低, 传力长度大大增加。文中指出, 土体中采用压力分散结构意义不大, 采用孔底扩孔会得到令人满意的效果。根据本文结果, 岩体中压力型预应力锚索孔底处采用一段钢管替换水泥芯柱会使剪应力 $\tau$ 局部分散, 在一定条件下可取代现有的压力分散型结构。

**关键词:** Kelvin问题 锚固体 水泥芯柱 钢梁 控制应力 应力局部分散

## 1. 压力型预应力锚索结构特征

由于无粘结钢绞线在预应力锚索中应用, 产生了压力型预应力锚索。压力型预应力锚索在孔底处有一个钢质圆盘C, C上固定无粘结钢绞线。采用水泥浆灌满锚索孔, 水泥浆凝成的水泥芯柱与孔壁全长粘结。当施加预应力时, 由于钢绞线外皮与钢绞线无粘结, 拉力P通过钢质圆盘C转换成压力, 使水泥芯柱轴向受压, 水泥芯柱侧面与孔壁间产生剪应力。水泥芯柱称锚固体。

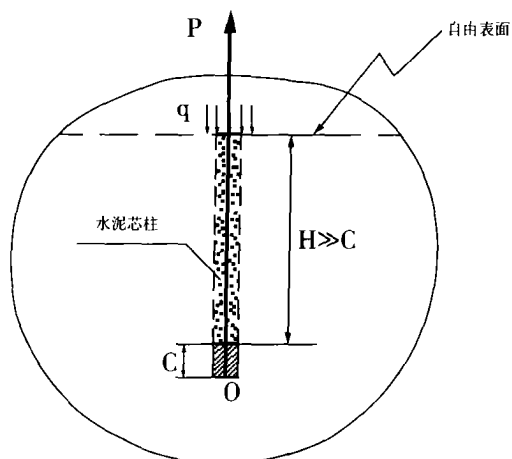


图1 压力型预应力锚索原理图

## 2. 问题归纳

### 2.1 Kelvin问题描述

无限大空间体内一点O承受集中力P的作用, 如图2所示。这个问题称Kelvin问题。

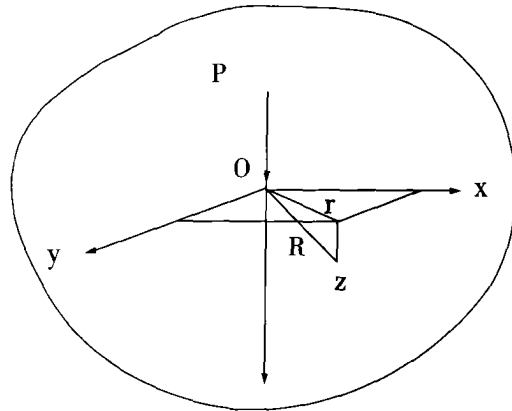


图2 无限大空间体内一点受集中力简图

设集中力P沿OZ方向作用在坐标原点O, 边界条件为 (a) 在无穷远处所有应力分量均趋于零; (b) 在O点处应力的奇异性相应于集中力的幅度P。而集中力可以看作作用在原点处一个小球洞表面上的荷载的极限情况。此问题Kelvin得出满足一切边界条件的解答, 与本文有关的Z方向的位移解如下。

$$U_z = A \left[ \frac{2(1-2\mu)}{R} + \frac{1}{R} + \frac{Z^2}{R^3} \right] \quad (1)$$

$$\text{式中: } R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$A = \frac{P}{16\pi G(1-\mu)}$$

G——岩土体的剪切弹性模量;

$\mu$ ——岩土体的泊松比。

## 2.2 问题的归结与假设

如图1所示, 一般情况预应力锚索较长, 孔底处钢质圆盘面积很小。由于钢绞线是无粘结的, 通过锚墩在岩土体表面施加一个集中力 $P$ , 并通过钢绞线把 $P$ 力按原来大小传给锚固端钢质圆盘 $C$ 。基于上述条件本文认为可以把问题归结为Kelvin问题求解。

由于 $H$ 远远大于 $C$ , 锚墩传给岩土体表面的压力 $P$ 对 $C$ 处的影响很小, 可以忽略不计。因此本文的解答是近似的, 但合理。

## 3. 问题求解

本文在问题求解之前得到了河海大学傅作新教授指导<sup>[1]</sup>。求解时得出的二阶变系数齐次常微分方程解采用了山东科技大学尤春安教授的结果<sup>[2]</sup>。

取锚孔轴线与 $Z$ 轴重合, 这时 $X=Y=0$ , (1)式变为

$$U_z = \frac{P(1+\mu)}{2\pi EZ} \quad (2)$$

(2)式表明锚孔内钢质圆盘 $C$ 受 $P$ 力作用后锚固体(水泥芯柱)任一点( $O$ 点除外)相对于作用点 $O$ 产生的位移的分布规律。在 $P$ 力作用下, 岩体对锚固体表面作用剪应力 $\tau$ 。岩面相对锚固端的总位移可写成:

$$\int_0^{\infty} \frac{(1+\mu)}{2\pi EZ} \cdot 2\pi b\tau(Z)dZ$$

锚固体总压缩量可写成:

$$\int_0^{\infty} \frac{P - \int_0^Z 2\pi b\tau(Z)dZ}{E_b} \cdot dZ$$

假定锚固体的总压缩量等于岩面相对锚固端的总位移, 则下式成立。

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{E_b A} \left[ P - 2\pi b \int_0^Z \tau(Z)dZ \right] \cdot dZ = \int_0^{\infty} \frac{1+\mu}{2\pi EZ} \cdot 2\pi b\tau(Z)dZ \quad (3)$$

式中:

$b$ ——锚固体(水泥芯柱)半径;

$E$ ——岩土体弹性模量;

$\mu$ ——岩土体泊松比;

$A$ ——锚固体(水泥芯柱)截面积;

$E_b$ ——锚固体(水泥芯柱)弹性模量。

将方程(3)两边分别对 $Z$ 求三次导数, 并进行简化得如下形式的二阶变系数齐次常微分方程:

$$\tau'' + aZ\tau' + 2a\tau = 0 \quad (4)$$

式中:

$$a = \frac{\pi E}{(1+\mu)E_b A}$$

$\tau$ ——锚固体所受剪应力。

(4)式通过变换, 并利用边界条件 $Z \rightarrow \infty$ ,  $\tau = 0$ 和 $\int_0^{\infty} 2\pi b\tau(Z)dZ = P$ , 最后获得锚固体侧面(孔壁)剪应力分布:

$$\tau = \frac{PE}{(1+\mu)b^3 E_b} \cdot Z \cdot e^{-\frac{1}{2}kZ^2} \quad (5)$$

式中:

$$K = \frac{1}{2(1+\mu)b^2} \left( \frac{E}{E_b} \right)$$

对(5)式积分, 得锚固体(水泥芯柱)的轴力分布:

$$N = Pe^{-\frac{1}{2}kZ^2} \quad (6)$$

对(5)式微分, 令 $d\tau/dz=0$ , 解得

$$R = \sqrt{\frac{1}{k}} \quad (7)$$

(7)式为极值位置, 将(7)式代入(5)式得:

$$\tau_{\max} = \frac{P}{2\pi b} \sqrt{\frac{k}{e}} \quad (8)$$

(8)式为剪应力峰值(最大剪应力)表达式。

由(8)式可以看出, 最大剪应力与预应力 $P$ 成正比, 与锚孔半径 $b$ 成反比, 与 $E/E_b$ 成正比。

## 4. 结果分析

### 4.1 剪应力 $\tau$ 分布与岩土体介质弹性模量关系

给定 $E_{\text{岩体}}=60 \times 103\text{MPa}$ ,  $E_{\text{土体}}=10\text{MPa}$ ,  $\mu_{\text{岩体}}=0.25$ ,  $\mu_{\text{土体}}=0.4$ 。在其它条件相同条件下, 由(8)式得:

$$\frac{\tau_{\text{岩体max}}}{\tau_{\text{土体max}}} = 82$$

上述结果表明岩体中孔壁剪应力峰值比土体中孔壁剪应力峰值大得多。

#### 4.2 剪应力 $\tau$ 分布与锚固体弹性模量关系

给定水泥芯柱弹性模量  $E_{\text{水泥}} = 2.8 \times 10^4 \text{MPa}$ ，把水泥芯柱换成钢梁，钢梁与外围水泥组合体的弹性模量  $E_{\text{组合体}} = 2 \times 10^5 \text{MPa}$ 。在其它条件相同条件下，由(8)式得：

$$\frac{\tau_{\text{水泥max}}}{\tau_{\text{组合体max}}} = 2.7$$

上述结果表明，采用钢梁组合体代换水泥芯柱可使孔壁剪应力峰值降低2.7倍，从而起到局部分散的效果。

4.3 给定锚孔半径  $b=65\text{mm}$ ，预应力  $P=936\text{kN}$ ，锚固体为水泥， $E_{\text{水泥}}=2.8 \times 10^4 \text{MPa}$ ；锚固体为钢梁组合体， $E_{\text{组合体}}=2 \times 10^5 \text{MPa}$ 。土体： $E=10\text{MPa}$ ， $\mu=0.4$ ，岩体  $E=60 \times 10^3 \text{MPa}$ ， $\mu=0.25$ 。

4.3.1 锚固体为水泥芯柱，岩体中孔壁剪应力  $\tau$  分布列于表1。

表1

Z (mm)	$\tau$ (MPa)	Z (mm)	$\tau$ (MPa)
0	0	200	1.6836
50	17.9124	250	0.2185
※ 70	※ 39.6061	300	0.0138
100	16.9234	350	0.0008
150	7.2726	400	0

4.3.2 锚固体为钢梁与水泥组合体时，岩体中孔壁剪应力分布列于表2。

表2

Z (mm)	$\tau$ (MPa)	Z (mm)	$\tau$ (MPa)
0	0	500	0.93527
50	3.14244	550	0.48816
100	5.64995	600	0.23537
150	7.09657	650	0.10497
※ 188	※ 14.84000	700	0.04335
200	7.38015	750	0.01659
250	6.70221	800	0.00589
300	5.44261	850	0.00194
350	4.00246	900	0.00059
400	2.68570	950	0.00017
450	1.65239	1000	0

4.3.3 锚固体为水泥芯柱土体中孔壁剪应力  $\tau$  分布列于表3。

表3

Z (mm)	$\tau$ (MPa)	Z (mm)	$\tau$ (MPa)
0	0	13000	0.07213
1000	0.06896	14000	0.05181
2000	0.13185	15000	0.03593
3000	0.18348	16000	0.02407
4000	0.22026	17000	0.01559
5000	0.24055	18000	0.00977
※ 5755	※ 0.48314	19000	0.00592
6000	0.24457	20000	0.00347
7000	0.23496	21000	0.00197
8000	0.21442	22000	0.00108
9000	0.18693	23000	0.00058
10000	0.15619	24000	0.00030
11000	0.12539	25000	0.00015
12000	0.09687	26000	0

4.3.4 锚固体为钢梁与水泥组合体时土体中孔壁剪应力  $\tau$  分布列于表4。

表4

Z (mm)	$\tau$ (MPa)	Z (mm)	$\tau$ (MPa)
0	0	18000	0.09115
1000	0.00998	19000	0.08903
2000	0.01983	20000	0.08634
3000	0.03057	21000	0.08318
4000	0.03868	22000	0.07962
5000	0.04744	23000	0.07573
6000	0.05563	24000	0.07160
7000	0.06316	25000	0.06729
8000	0.06994	26000	0.06287
9000	0.07592	27000	0.05841
10000	0.08106	28000	0.05397
11000	0.08532	29000	0.04959
12000	0.08869	30000	0.04532
13000	0.09116	31000	0.04121
14000	0.09276	32000	0.03726
15000	0.09352	33000	0.03352
※ 15382	※ 0.18000	34000	0.03000
16000	0.09346	35000	0.02672
17000	0.09266	36000	0.02368

表1、表2的结果绘于图3，表3、表4的结果绘于图4。

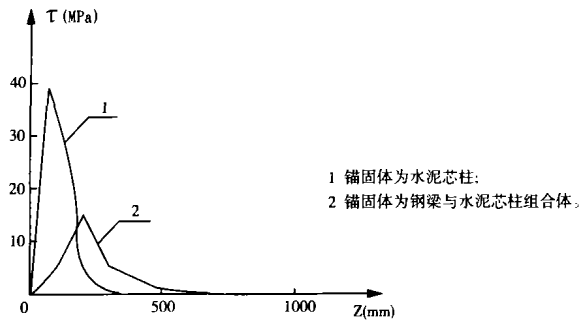


图3 岩体中孔壁  $\tau$  分布曲线

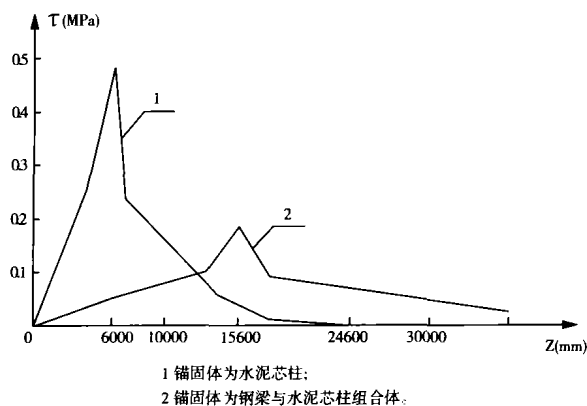


图4 土体中孔壁  $\tau$  分布曲线

4.3.5 分析图3可以看出，岩体中孔壁剪应力  $\tau$  非常集中，基本上集中在受力点附近。锚固体为水泥芯柱时，剪应力峰值可达39.6MPa，传递长度仅0.4m。锚固体为钢梁与水泥组合体时，剪应力峰值减少2.7倍，其值为14.8MPa，传递长度1.0m。

分析图4可以看出，土体中孔壁剪应力集中程度远远小于岩体中集中程度。锚固体为水泥芯柱时，剪应力峰值为0.48MPa，传递长度26m。锚固体为钢梁与水泥组合体时，剪应力峰值为0.18MPa，传递长度大于36m。

## 5. 本文结果对压力型预应力锚索结构设计启示

### 5.1 现行规范中确定锚固段长度计算公式<sup>[3]</sup>

$$L = \frac{kP}{2\pi b\tau} \quad (9)$$

式中：k - 安全系数；

P - 预应力；

b - 锚孔半径；

$\tau$  - 允许剪应力；

L - 锚固段长度。

本文结果表明(9)式不适合岩体中锚索，仅适合土体中锚索。建议岩体中另寻确定锚固长度计算公式。

5.2 根据图3的结果，岩体中压力型预应力锚索底端可采用一段钢梁或一段钢管替代水泥芯柱。这种结构可使剪应力  $\tau$  局部分散。该结构在一定条件下可取代现有的压力分散型预应力锚索。

5.3 图4的结果表明，土体中采用压力分散型预应力锚索意义不明显。若采用钢梁替代水泥芯柱，会得到更好的效果。由于钢梁的强度高不易压坏，使原来担心的两个控制应力  $\sigma$  与  $\tau$  减少一个，只剩下  $\tau$ 。同时由于钢梁的采用，使剪应力峰值大大降低，使剪应力传递长度大大增加。

5.4 根据本文的结果，在土体中压力型预应力锚索采用底部扩孔结构比压力分散型结构更有效。

例如将锚孔底部1m长一段孔径由130mm扩大为300mm，由(5)式求得剪应力  $\tau$  分布如于表5。

表5

Z (mm)	2b=130mm	2b=300mm	$\tau_1 / \tau_2$
	$\tau_1$ (MPa)	$\tau_2$ (MPa)	
200	0.01399	0.002	6.995
400	0.02793	0.004	6.983
600	0.04177	0.006	6.962
800	0.05546	0.008	6.933
1000	0.06896	0.01	6.896

从表5可以看出，锚孔直径由130mm扩成300mm，在1m长度内孔壁剪应力减少7倍。由此可见在土体中底部扩孔结构是一种值得采用的结构。

### 参考文献

- 傅作新等，大型船闸闸墙锚杆的分析与设计《土木工程学报》，1999年第1期60~64。
- 尤春安，全长粘结式锚杆的受力分析【J】，《岩石力学与工程学报》，2000年第3期339~341。
- 锚杆喷射混凝土支护技术规范，中华人民共和国国家标准，GB50086-2001 19-20。