

# 悬索桥主缆线型计算方法

丁望星

**摘要** 主缆是悬索桥的主要承重构件,主缆成桥线型的正确与否是悬索桥建设成败的关键。因此,主缆线型计算方法和计算结果在大跨径悬索桥的设计与施工中十分重要。本文简要介绍了两种线型近似计算方法,同时重点阐述了一种非常接近主缆实际线形的精确计算方法,并列出了用这种线型计算方法计算宜昌大桥的结果。

**关键词** 悬索桥 主缆线型 悬链线

## 一、前言

悬索桥缆索系统的设计,一般根据确定的跨径和矢跨比,计算出主缆无应力长度、主缆架设时的控制标高、吊索长度、施工时索鞍的预偏量、索夹安装位置。以上数据准确与否均与主缆线型计算方法有关。对悬索桥主缆线型进行分析时,应作如下假定:

- 1、主缆是柔性的,仅承受拉力,不承受压力和弯矩(即主缆的抗弯刚度为零);
- 2、主缆的应力与应变为线性关系,符合虎克定律;
- 3、主缆的截面积、自重荷载和弹性模量在外荷载的作用下无变化;
- 4、索塔为刚性(即没有弹性压缩和弯曲变形);
- 5、主缆与索鞍之间没有滑动,并可在塔顶或锚碇处自由滑动或转动;
- 6、主缆在中距和边跨任何一点处的水平分力相等;

## 二、线型计算方法

主缆线型计算方法很多,使用精确计算方法可以为线型设计和施工控制提供十分准确的数据;利用既能写出解析表达式,结果又比较准确的近似计算方法,可以大大提高计算效率,检算精确

计算方法的结果,特别适用于工地计算使用。

### (一)近似计算方法简介

#### 1、抛物线法

若将主缆自重和吊点集中力等外荷载简化为沿跨径方向的均布荷载,则可根据弯矩平衡理论,求出主缆线型方程为抛物线方程:

$$Y=QX(1-X)/2H+cX/l$$

式中  $Q$ —沿跨径方向的均布荷载; $H$ —主缆恒载水平分力; $c$ —主缆两端高差(若为中跨,则  $c$  值为 0); $l$ —主缆水平跨径。

由弹性理论分析主缆索,可求得  $H=ql^2/8f$ ,代入上述方程,结果如下:

$$\text{中跨: } Y=(4f/L)X-(4f/L^2)X^2;$$

$$\text{边跨: } Y=[(4fl+c)/L_1]X-(4fl/L_1^2)X^2;$$

其中  $f$ —中跨跨中矢高; $fl$ —边跨跨中矢高; $L$ —中跨主缆跨径; $L_1$ —边跨主缆跨径; $c$ —散索鞍处主缆理论交点与主索鞍处理论交点之间的高差。

这种方法计算模式非常简单,在过去小跨径悬索桥计算分析时常用,但由于其理论假设与实际线型结果有较大差距,故其计算有较大误差。对于大跨径悬索桥,抛物线法一般仅作简要估算用。

#### 2、抛物线与悬链线组合曲线法

当主缆沿弧长自重集度为  $q_2$ ,并将吊点集中力等外荷载简化为沿跨径方向均布的荷载  $q_1$  时,

则其曲线方程为：

$$Y = q_1 X(L - X) / 2H + H [ch\alpha - ch(2\beta X / L - \alpha)] / q^2$$

式中：L—主缆跨径；H—主缆恒载水平分力； $\alpha, \beta$ —计算参数，具体意义见下文。

上述曲线方程由两部分组成，前部分为抛物线方程，后部分为悬链线方程，若后部分悬链线方程按幂级数展开后取第一项，则结果与抛物线方程一样，因此组合曲线法比抛物线法多保留了主缆自重影响的高阶项，其精度高于抛物线法。

(二)精确计算方法

1、计算方程

这种方法假定主缆承受沿弧长均布的自重荷载和吊点集中力，取任两吊点间的一段主缆来分析，根据垂直方向静力平衡的原则有：

$$V_1 - V_2 = pds \quad \text{..... ①}$$

$$\text{由于 } V = H \frac{dy}{dx}, ds = \sqrt{(dy)^2 + (dx)^2},$$

$$\text{式①变为: } H \frac{uy_1 - uy_2}{dx} = q \sqrt{(dy)^2 + (dx)^2} \quad \text{..... ②}$$

$$\text{由于 } \frac{uy_1 - uy_2}{dx} = \frac{uy}{dx}, \text{式②两边除以 } dx,$$

$$\text{式②变为: } H \frac{uy}{(dx)^2} = q \sqrt{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1}$$

$$\text{即 } y'' = \frac{q}{H} \sqrt{(y')^2 + 1} \quad \text{..... ③}$$

满足微分方程③边界条件的解为：

$$y = \frac{H}{q} [ch\alpha - ch\left(\frac{2\beta}{L}x - \alpha\right)] \quad \text{..... ④}$$

$$\text{式中参数: } \alpha = sh^{-1}[\beta(\frac{c}{L}) \div sh\beta] + \beta; \beta = \frac{ql}{2H}.$$

由方程④可知，两吊点间的主缆的线型为悬链线，这种计算模式更接近于主缆实际受力情况。

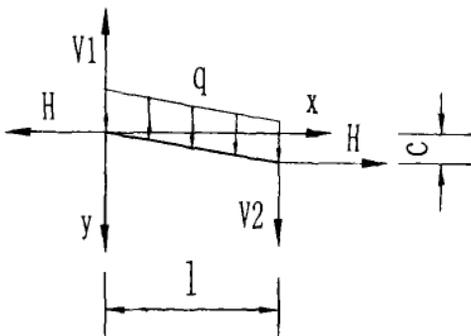


图 1

2、计算方法

若将主缆按吊点分成 n 段，则第 i 段索的曲线方程为：

$$y_i = \frac{H}{q} [ch\alpha_i - ch\left(\frac{L P_i}{L_i} x_i - \alpha_i\right)] \quad \text{..... ⑤}$$

$$\text{式中参数 } \alpha_i = sh^{-1}[\beta_i(\frac{L'}{L_i}) \div sh\beta_i] + \beta_i$$

$$\beta_i = \frac{q l_i}{2H}$$

各段索应满足以下边界和力平衡条件：

1) 已知主缆两端点的高程，则各段主缆索的 c 值之和为一常数；

2) 主缆应通过给定点(对中跨来说，一般预先给定主缆跨中矢高，跨中点为给定点)；

3) 各吊点应满足以下力平衡条件：

$$V|_{x_i=1} - V|_{x_i=0} = P_i$$

$$\text{即 } H \frac{dy}{dx} |_{x_i=1} - H \frac{dy_{i+1}}{dx_{i+1}} |_{x_{i+1}=0} = P_i; \quad \text{..... ⑥}$$

根据式⑤和上述三个边界和力平衡条件，可建立以下迭代计算过程：

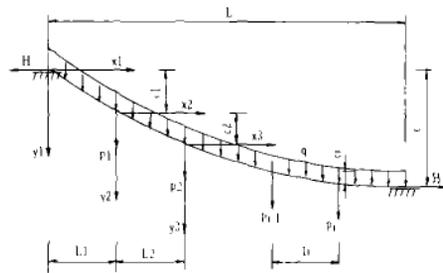


图 2

1) 假定主缆水平分力的迭代初始值为  $H = H_0$  (一般按抛物线法  $H_0 = ql^2 / 8f$  估算)；

2) 假定左鞍座处竖向力为  $P_0$  ( $P_0$  亦可按抛物线法估算)，由式⑤、⑥推导得  $P_0 = H_0 sha_1 / q$ ，于是可以求出  $\alpha_1, \beta_1$ ；再由  $\alpha_1, \beta_1$  可求得  $c_1 = H_0 [ch\alpha_1 - ch(2\beta_1 - \alpha_1)] / q$

$$\text{由式⑤、⑥推导得 } H \frac{dy_1}{dx_1} |_{x_1=1} = -H_0 sh(2\beta_1 - \alpha_1) / q$$

3) 继续求出下一段的  $\alpha_i, \beta_i$ ，依次循环求得  $c_2, c_3, \dots, c_n$ ；

4) 求得  $\sum_{i=1}^n c_i$ ，若  $|\sum_{i=1}^n c_i - C| \geq \epsilon$  ( $\epsilon$  为给定精度)，则使  $P = P_0 + \Delta P$  ( $\Delta P_0$  由误差确定的  $P_0$  修

正量),重新进行1)~4)的循环,直至 $|\sum_{i=1}^n c_i - C| \leq \epsilon$ 为止;

5)检验索是否通过指定点,否则使 $H = H_0 + \Delta H$ ( $\Delta H$ 为由误差确定的 $H_0$ 修正量),重新进行1)~5)的循环,直至主缆索通过给定点。

以上循环迭代过程,只要采用变步长的 $\Delta P$ 、 $\Delta H$ ,则可很快收敛。

### 3. 主缆无应力长度

求得满足精度要求的水平分力和鞍座处竖向力 $P_0$ 后,根据式⑤可得各段索的形状长度:

$$s_i = H[\text{sh}\alpha_i - \text{sh}(2\beta_i - \alpha_i)]/q; \dots\dots\dots ⑦$$

各段索的弹性伸长为:

$$\Delta s_i = H\{1 + H[\text{sh}(4\beta_i - 2\alpha_i) + \text{sh}2\alpha_i]/2q\}/2EA \dots\dots\dots ⑧$$

其中EA为主缆抗拉刚度。

各段索的无应力长度为

$$s_{i0} = s_i - \Delta s_i \dots\dots\dots ⑨$$

主缆无应力长度等于各段索之和,但还需进行索鞍处圆弧影响的修正,修正方法是根据索上某点斜率与鞍座上同一点斜率相等的原则计算出索与鞍座的切点,再分别计算出切点至理论顶点的曲线长及绕鞍座的弧线长,两者差值即为主缆索长修正量。由于地球曲率的影响而造成塔顶相对距离增加从而使主缆长度增加,也应考虑修正。

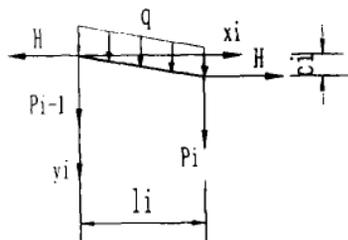


图3

### 4. 索鞍预偏量及索夹安装位置

为避免悬索桥索塔发生偏移,使桥建成后主缆索达到设计线型,必须在上构架设过程中使中跨与边跨主缆索水平分力相等、散索鞍转索前后索力相等,而要达到上述条件就得让索鞍预偏。索鞍预偏量计算的边界和力平衡条件有:

- 1) 两锚碇前锚面主缆锚固点相对座标不变;
- 2) 上部构造架设过程中中跨与边跨主缆索水

平分力相等、散索鞍转索前后索力相等。

3) 锚碇前锚面主缆锚固点与散索鞍、散索鞍与主索鞍、主索鞍与主索鞍之间的主缆无应力长度应等于成桥状态的无应力长度。

根据以上条件可以比较方便地建立循环迭代过程,精确计算出上部构造架设过程中各个阶段索鞍的预偏量和主缆线型。

为保证成桥时吊索的正确位置,需要准确计算空缆状态下索夹安装位置。主缆线型计算分段点设在索夹中心(吊点),各段索的无应力长度即为主缆索夹间的无应力长度。索夹安装位置计算的原则是空缆状态下索夹之间的无应力长度应等于成桥状态索夹之间的无应力长度。根据这一原则建立循环迭代过程,对空缆进行分析。

## 三、宜昌大桥主缆线型计算结果

宜昌大桥成桥状态主缆沿弧长均布自重荷载为44.124kN/m(空缆状态为42.361kN/m),将钢箱梁、桥面系、吊索和索夹等一、二期恒载换算成吊点集中力,根据精确计算方法可得主缆线型计算结果如下:

设计成桥时主缆索力水平分量  $H = 246617.460\text{kN}$

锚跨计算结果(单位:米)

理论锚跨等效长度 = 26.75000

理论锚跨等效无应力长度 = 26.68811

边跨索长计算结果(单位:米)

边跨与散索鞍的切线角 = 23.2905837

边跨在散索鞍内理论长 = 1.1034871

边跨在散索鞍内实际长 = 1.0960669

边跨与主索鞍的切线角 = 25.5772547

边跨在主索鞍内理论长 = 2.8538229

边跨在主索鞍内实际长 = 2.6692870

边跨在主索鞍内长度修正 = 1845359

索曲线总长 = 270.3462

弹性总伸长量 = 6877

无应力长度 = 269.6585

中跨索长计算结果(单位:米)

中跨左侧与索鞍的切线角 = 21.5509988

中跨左侧在索鞍内理论长 = 2.8191752

(下转第12页)

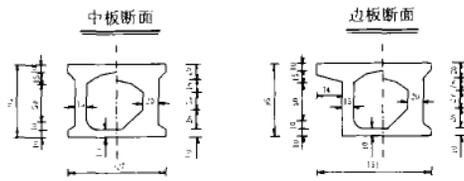


图 4

这样以来,大大降低了混凝土材料用量,经与标准图空板材料用量比较,每块板可节省 17%。预应力钢绞线采用 ASTM 标准 1860MPa 钢绞线,每束  $5\phi 15$ ,共 4 束,钢绞线的用量也有较大减少。锚具采 OVM15-5 型锚具,共 6496 套。

空心板采用变截面形式给施工带来了一定的困难,但经与施工单位的研究,内芯采用橡胶充气模板,端部采用钢模板,可以较好地解决这一难题。

因高架桥桥面设双向横坡,为使从桥下看桥底外形流畅整齐美观,横桥向所有空心板均水平

放置,桥面横坡由桥面铺装形成。

## 六、工程设计特点

1. 结构形式美观,外形整齐,较好地适应周围环境。

2. 采用双柱墩,大悬壁墩帽,桥下设置辅道,充分利用了桥下空间,节约用地。

3. 采用空心板,建筑高度小,空心板采用变截面设计,节约投资。

4. 施工工艺简单,施工周转快,较好地保证了工期。

5. 桥头接线采用挡土墙,以适应辅道线形及周围环境要求,使整个工程线形流畅,错落有致。

## 七、结束语

经过建设、设计、施工多方的努力及紧密配合,散花高架桥工程仅用七个月的时间建成,创造了我省高等级公路桥梁建设之最。在黄黄公路主线运行的 2 年多的时间里,散花高架桥使用情况良好,并发挥着越来越重要的作用。

(上接第 9 页)

中跨左侧在索鞍内实际长 = 2.6772871

中跨左侧在索鞍内长度修正 = 1418881

中跨右侧与索鞍的切线角 = 21.5507145

中跨右侧在索鞍内理论长 = 2.8191375

中跨右侧在索鞍内实际长 = 2.6772495

中跨右侧在索鞍内长度修正 = 1418879

索曲线总长 = 984.8122

弹性总伸长量 = 2.3403

无应力长度 = 982.4720

架设丝股时丝股线形及预偏量计算结果

左边跨丝股与散索鞍接触点的切线与水平线

夹角 19.65897 度

左边跨丝股与主索鞍接触点的切线与水平线

夹角 29.13067 度

中跨丝股与左索鞍接触点的切线与水平线夹

角 20.25544 度

中跨丝股与右索鞍接触点的切线与水平线夹

角 20.25638 度

右边跨丝股与主索鞍接触点的切线与水平线

夹角 29.13259 度

右边跨丝股与散索鞍接触点的切线与水平线

夹角 19.66120 度

主缆水平分力(每束): 269.8436kN

左索鞍预偏量: 9819 米

右索鞍预偏量: 9860 米

左散索鞍水平预偏量: 444 米

右散索鞍水平预偏量: 444 米

架缆时左边跨跨度: 245.3177 米

架缆时中跨跨度: 961.9677 米

架缆时右边跨跨度: 245.3135 米

## 四、结束语

悬索桥上部构造设计和施工所需数据来源于主缆线型计算,本文介绍的精确计算方法所采用的解析表达式非常接近主缆的实际线型受力情况,并充分利用计算机循环迭代的优势,提高了计算结果的精度。包括宜昌大桥在内的国内几座大跨径悬索桥均采用了这种计算方法,实践证明其精度完全可以满足设计和施工监控的要求。