

体外预应力混凝土梁极限状态分析

牛 斌

摘 要 通过9片体外预应力混凝土梁静载试验的结果,建立了体外预应力混凝土梁极限状态下弯矩、挠度和体外预应力筋应力增量的简化计算方法;同时,采用此方法对国外二批体外预应力混凝土梁的试验结果进行分析计算,取得了很好的效果。证明该方法具有较强的通用性和良好的计算精度,为研究和设计各种体外预应力结构提供了一种可直接利用的公式。

关键词 体外预应力 混凝土梁 体外钢筋 应力增量 挠度 二次影响

1 概 述

预应力钢筋布置于混凝土截面之外的体外预应力技术已在混凝土结构中得到广泛应用,并且成为加固既有混凝土结构最有效的方法之一。由于除在锚固和转向区外,无粘结的体外预应力筋与梁体混凝土可产生自由的相对运动,体外钢筋与混凝土截面之间的变形不再协调,因此体外预应力混凝土梁的极限状态不能通过控制截面平面变形分析的方法计算,体外预应力筋的应力增量(Δf_{ps})只能通过结构的总体变形求得。同时,由于梁体受弯变形后产生的挠度会使体外预应力筋的有效偏心距减小,降低体外钢筋的作用,即产生二次影响;对于未开裂的混凝土梁,因梁体挠度相对较小,二次影响的作用可以忽略;但对于体外钢筋自由长度较大梁,由于极限状态下梁体挠度大,二次影响的程度也随之加大,所以计算中必须加以考虑。正是基于这一原因,大多数欧洲国家的规范规定:除进行可靠的分析计算外,在计算体外预应力混凝土梁的极限状态时一般不考虑体外钢筋的应力增量。目前,国外有关体外预应力混凝土梁极限状态下体外钢筋应力计算的建议方法汇总如下:

1) 欧洲国家(法国、德国、欧洲混凝土协会)一般情况: $\Delta f_{ps} = 0$;

2) 西班牙(分四种情况)

① 整体和节段式简支箱梁桥: $\Delta f_{ps} =$

108MPa;

② 整体式简支Ⅱ形梁桥: $\Delta f_{ps} = 122.5\text{MPa}$

③ 节段式连续箱梁桥: $\Delta f_{ps} = 39\text{MPa}$;

④ 整体式连续箱梁桥: Δf_{ps} 取决于高跨比和体外钢筋的布置情况,如图1所示;

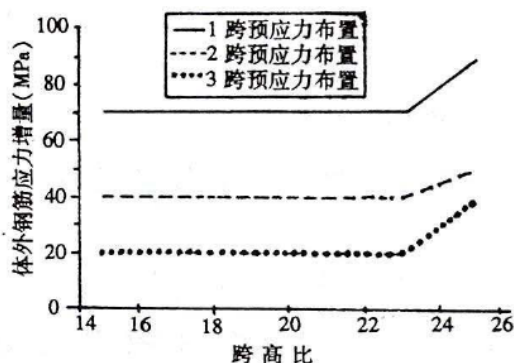


图1 西班牙对整体式箱梁桥 Δf_{ps} 建议值

3) 美国:

《美国公路桥梁设计规范》(AASHTO 1994):

$$\Delta f_{ps} = f_{pe} + \Omega_u E_p \epsilon_{cu} \left(\frac{d_p}{c} - 1 \right) \frac{L_1}{L_2} \leq 0.94 f_{py} \quad (1)$$

对于T型截面:

$$c = \frac{A_p f_{ps} + A_s f_s - A'_s f'_s - 0.85 \beta_1 f'_c (b - b_w) h_f}{0.85 \beta_1 f'_c b}$$

对于矩形截面:

$$c = \frac{A_p f_{ps} + A_s f_s - A'_s f'_{sf}}{0.85 \beta_1 f'_c b}$$

《美国ACI建筑规范》(ACI318—89)

$$f_{ps} = f_{pe} + 10000 + \frac{f'_c}{k\rho_p} \text{ (psi)} \quad (2)$$

式中:当 $L/d_p \leq 35$ 时, $k = 100$; 当 $L/d_p > 35$ 时, $k = 300$ (所有公式中各种符号的意义见附录一)。

上述各种规范中:(1)式的计算结果与试验最为接近,精度最好,但需要进行反复试算;欧洲国家采用的规范偏于保守,而 ACI 建筑规范建议公式的计算结果往往偏大。由于我国对体外预应力结构的研究工作开展的较少,因此各类规范中尚无体外预应力混凝土梁计算的建议方法。

为在我国推广应用这一新技术,铁道部科学研究院曾于 1992 年进行了一批体外预应力混凝土梁的试验。利用试验结果,建立了体外预应力混凝土梁全过程非线性分析的计算方法和相应的计算机程序。在此基础上,经过一些合理的简化,提出了体外预应力混凝土梁极限状态的计算方法。同时,利用收集到的国外体外预应力混凝土梁的试验结果,对该方法进行验证,表明计算结果与试验结果较为符合,为进一步研究乃至设计体外预应力结构提供了理论分析的依据。

2 基本假设

混凝土受弯构件极限状态下的弯矩可按下式计算:

$$M_u = (A_s f_y + A_p f_{ps}) \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

对于体外预应力混凝土受弯构件,上式应进行修改,以考虑二次影响的作用:

$$M_u = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_p f_{ps} \left(d - \frac{a}{2} - \Delta \right) \quad (3)$$

上式中 Δ 为梁计算截面的挠度与体外钢筋锚固或转向点挠度的差值。

极限状态下体外预应力筋的应力由下式给出:

$$\left. \begin{aligned} f_{ps} &= f_{pe} + \Delta f_{ps} \\ \Delta f_{ps} &= \frac{\Delta L_p}{L_p} E_p \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

大量混凝土梁破坏试验结果表明:在梁普通钢筋屈服后至破坏前,梁弯矩较大的区域将出现塑性绞或塑性区段,梁体的变形主要发生于塑性绞附近,体外预应力混凝土梁在破坏前亦有类似情况出现,此时梁的曲率分布如图 2。

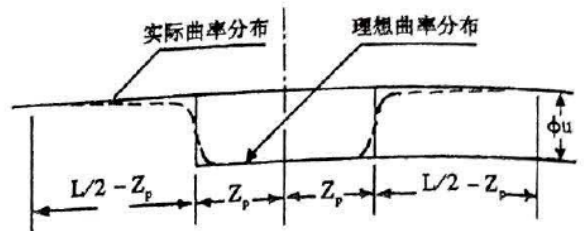


图2 体外预应力梁极限状态曲率分布

根据图2的假设,体外预应力混凝土梁极限状态下曲率、转角和跨中挠度的关系可由(5)式表达:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_u &= \frac{\epsilon_{cu}}{c} \\ \theta_u &= Z_p \cdot \Phi_u \\ \Delta u &= \frac{\Phi_u}{2} (L - Z_p) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由于体外预应力混凝土梁的极限弯矩与体外预应力筋的锚固点布置、线形及外荷载的形式均有关系,因此应根据图3所示的几种情况进行分析。

以体外钢筋无转向点的情况为例,根据图3(b),梁极限状态下体外钢筋长度为:

$$L'_p \approx 2 \sin \theta_u (d_p - c) + L_p \cos \theta_u \quad (6)$$

考虑到梁体受弯变形后,梁的中性轴将产生弓形缩短,其量值约为 $L(1 - \cos \theta_u)$,则极限状态下体外钢筋的伸长为:

$$\Delta L_p \approx 2(d_p - c) \cdot \theta_u - (L + L_p) \frac{\theta_u^2}{2} \quad (7)$$

根据截面内力平衡关系有:

$$0.85 \beta_1 f'_c b c = A_s f_y - A'_s f'_y + A_p (f_{pe} + \Delta f_{ps})$$

引入符号:

$$\left. \begin{aligned} q_0 &= \frac{A_s f_y + A'_s f'_y - A_p f_{pe}}{0.85 \beta_1 f'_c b} \\ q_e &= \frac{2 E_p A_p Z_p \epsilon_{cu}}{0.85 \beta_1 f'_c b} \end{aligned} \right\}$$

将(4)~(7)式代入平衡方程,则可得到极限状态下体外预应力混凝土梁矩形截面中性轴高度的计算方程:

$$\left. \begin{aligned} c^3 - A c^2 - B c + C &= 0 \\ A &= q_0 - q_e \\ B &= q_e h_p \\ C &= \frac{q_e}{4} (L + L_p) Z_p \epsilon_{cu} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

对于T形截面,

$$q_0 = \frac{A_s f_y + A'_s f'_y - A_p f_{pe} - 0.85 \beta_1 f'_c (b_f - b_w) h_f}{0.85 \beta_1 f'_c b_w}$$

$$q_0 = \frac{2 E_p A_p Z_p \epsilon_{cu}}{0.85 \beta_1 f'_c b_w}$$

对于带有一或两个转向点、直线或折线布置

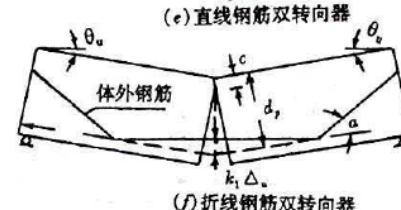
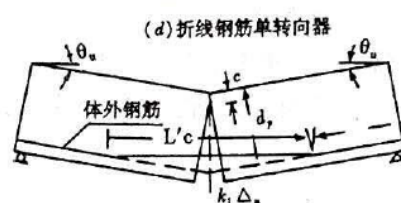
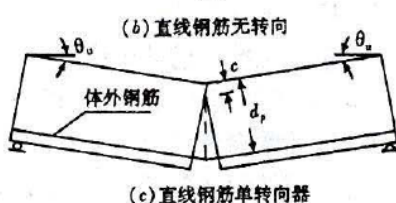
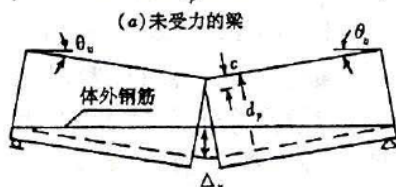
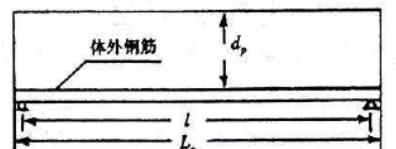


图3 体外预应力梁极限状态计算模型

表1 体外预应力筋不同布置时中性轴方程系数表

系数	转 向 器				
	0	1		2	
		直 线	折 线	直 线	折 线
A	$q_0 - q_e$	$q_0 - q_e$	$q'_0 - q'_e$	$q_0 - q_e$	$q_0 - q_e$
B	$q_e h_p$	$q_e h_p$	$q'_e h_p$	$q_e h_p$	$q_e h_p$
C	$\frac{q_0}{4} (L + L_p) Z_p \varepsilon_{cu}$	$\frac{q_e}{4} L Z_p \varepsilon_{cu}$	$\frac{q'_e}{4} L Z_p \varepsilon_{cu}$	$\frac{q_e}{4} (L + L_c) Z_p \varepsilon_{cu}$	$\frac{q_e}{2} \left(L_c + \frac{L_d}{\cos \alpha} \right) Z_p \varepsilon_{cu}$

注: $q'_0 = q_0 / \cos \alpha$, $q'_e = q_e / \cos \alpha$

对于体外钢筋高度大于梁体高度的梁,上述关系需重新建立。现以折线钢筋单转向器为例,如图4所示。

根据图4,在 $L \gg e$ 的条件下,体外钢筋的总伸长约为:

$$\Delta L_p = 2 \sin \alpha \cdot \Delta_u - \frac{L}{\cos \alpha} (1 - \cos \theta_u) \quad (9)$$

利用前面的方法,则可得到此类梁中性轴方程的系数:

的体外钢筋,在体外钢筋高度不大于梁高的条件下,中性轴高度方程的基本形式不变,只有系数发生变化。具体推导过程此处不再赘述,各种情况下方程的系数见表1。

$$\left. \begin{aligned} A &= q_0 \\ B &= \frac{q_e}{2} (L - Z_p) \cdot \sin \alpha \\ C &= \frac{q_0}{4 \cos \alpha} L \cdot Z_p \cdot \epsilon_{cu} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

当梁内除了配有普通钢筋还有预应力钢筋的体外预应力梁,初步估算可认为有粘接预应力钢筋达到屈服强度;但如果进行精确计算,则应求出有粘结钢筋极限状态的应力。由于我国规范目前没有计算的建议方法,所以只能参照《美国公路桥梁设计规范》(AASHTO 1994)的建议方法。

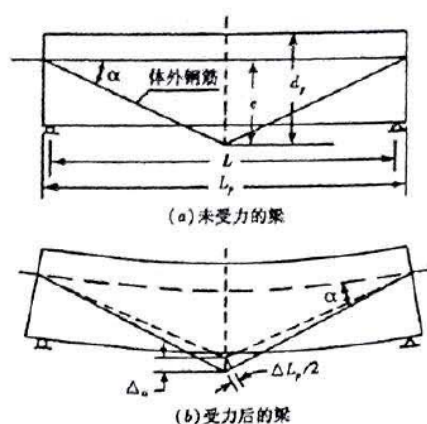


图4 体外钢筋高度大于梁高时的计算模型

极限状态下有粘结预应力钢筋的应力由下式给出:

$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - k \frac{c}{d_p} \right)$$

$$k = 2 \cdot \left(1.04 - \frac{f_{py}}{f_{pu}} \right)$$

利用截面内力平衡关系,则可得到考虑有粘结预应力钢筋情况下 q_0 和 q_e 的表达式:

$$q_0 = \frac{A_s f_y - A'_s f'_y + A_p^i f_{pu}^i + A_p f_{pe}}{0.85 \beta_1 f'_c b + \frac{k}{d_p^i} A_p^i f_{pu}^i}$$

$$q_e = \frac{2 \cdot E_p A_p Z_p \varepsilon_{cu}}{0.85 \beta_1 f'_c b + \frac{k}{d_p^i} A_p^i f_{pu}^i}$$

中性轴方程的各项系数可按表1和公式(10)计算。

3 塑性绞区长度

通过上一节的讨论可知,如果给出体外预应力梁极限状态下混凝土的压应变和塑性绞区的长度,就可以计算梁的弯矩、挠度和体外预应力筋的应力增量。根据体外预应力梁试验结果,极限状

态时梁体混凝土的最大压应变在 0.002 ~ 0.004 之间,结合我国和国外各种规范的建议, ε_{cu} 取值 0.003。

塑性绞区的长度应通过体外预应力梁的试验结果确定;由于此次仅进行了 9 片梁的试验,考虑到混凝土、钢筋等强度和弹性模量的变异,因此尚难作出十分精确的结论。根据以往各种混凝土梁的试验结果,塑性绞区的长度 ($2Z_p$) 可按下式计算:

$$Z_p = 0.5(L_0 + d_e) + 0.05Z$$

上式中 L_0 为等弯矩区的长度, Z 为剪跨长度。通过分析计算可以发现,该公式对于单点加载的梁较为符合,但对于有纯弯段的梁,计算的挠度、体外钢筋应力增量均偏大,说明实际的塑性绞区长度小于计算值。

由于无粘结的体外钢筋与梁体之间可产生相对运动,体外钢筋的作用可以视为外力,因此带有纯弯段的梁在破坏时与压弯构件更为接近。压弯构件的塑性绞区的长度一般小于纯弯构件,根据同济大学的试验结果,压弯构件的塑性绞区长度与梁体的有效高度接近。根据以上分析,在计算体外预应力梁时,塑性绞区的长度的取值为:

$$Z_p = \begin{cases} 0.5d_e + 0.05Z \\ 0.5(L_0 + d_e) \end{cases} \quad (11)$$

4 理论计算值与试验结果的比较

4.1 国内试验

根据以上建立的各种计算公式,对 9 片试验梁进行了理论分析。由于篇幅所限,试验梁的具体情况可详见参考文献[1~3],同时图5也仅给出了几片较为典型梁的详细计算结果,其余只列出了极限状态下的最终计算结果(详见表2)。

表2 国内试验结果与理论计算值比较汇总

梁号	试验实测值			计算值($\varepsilon_{cu} = 0.003$)			M_u^{cal}	f_{ps}^{cal}
	M_u (kN-m)	f_{ps} (MPa)	Δf_u (mm)	M_u (kN-m)	f_{ps} (MPa)	Δf_u (mm)	M_u^{test}	f_{ps}^{test}
A1-1	214.9	675.0	61.58	199.1	637.8	48.92	0.926	0.945
A2-1	216.4	694.3	61.77	203.5	619.9	45.57	0.940	0.893
A3-1	245.0	672.8	65.35	218.6	610.1	45.12	0.892	0.907
A1-2	205.4	663.0	56.86	204.2	738.1	74.46	0.994	1.113
A2-2	217.2	679.0	61.32	210.7	721.7	68.27	0.970	1.063
A3-2	228.6	647.8	63.83	218.0	685.1	66.54	0.954	1.058
B1-2	230.4	1579.9	86.31	213.4	1551.9	97.21	0.926	0.982
B2-2	223.0	1550.2	92.25	213.5	1520.7	96.52	0.957	0.981
B3-2	235.4	1453.1	69.14	231.1	1453.9	90.41	0.983	1.000

根据试验结果,在弯矩达到约 $150\text{kN}\cdot\text{m}$ 时,试验梁的普通钢筋发生屈服、梁体开始出现塑性绞区。由图5可以看出,塑性绞区出现后,理论计算出的梁体挠度、体外钢筋应力增量,无论是数值还是变化趋势与试验实测值均十分接近。

由表2可知,体外钢筋直线布置梁的挠度和体外钢筋应力增量计算值,在单点加载时偏小,而在双点加载时偏大。造成这一现象的原因是:实际试验中梁混凝土的最大压应变均超过计算所考虑的 0.003 ;单点加载时混凝土最大压应变的实

测值约在 $0.0035\sim0.0045$ 之间;而双点加载时实测值约在 $0.0022\sim0.003$ 之间。如果在计算中采用实测的混凝土压应变值,则计算的精度会大大改善(见图5)。由于体外钢筋折线布置梁试验中混凝土压应变的实测值均在 0.003 左右,因此计算结果较好。

通过与非线性分析方法得到的理论计算结果比较可以发现,上述计算方法与非线性理论的结果基本一致(如图6所示),然而此计算方法却比非线性理论有很大简化。

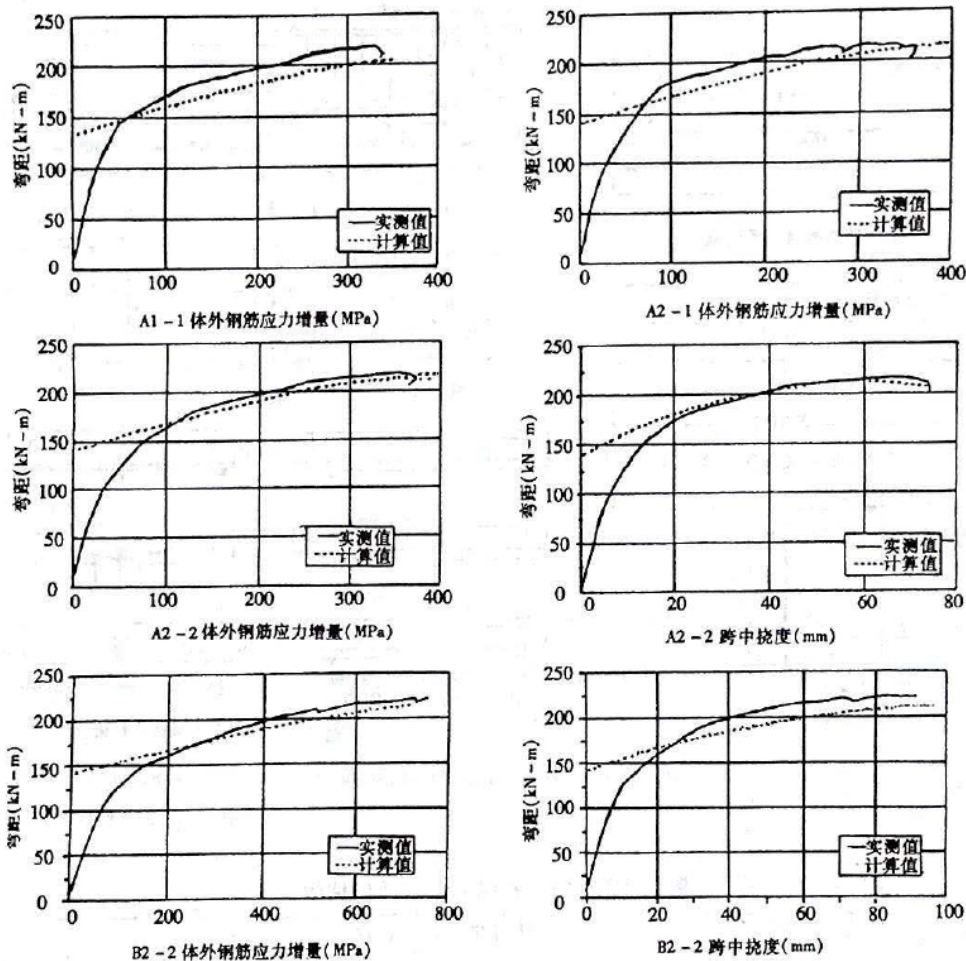


图5 典型试验结果与计算分析结果比较

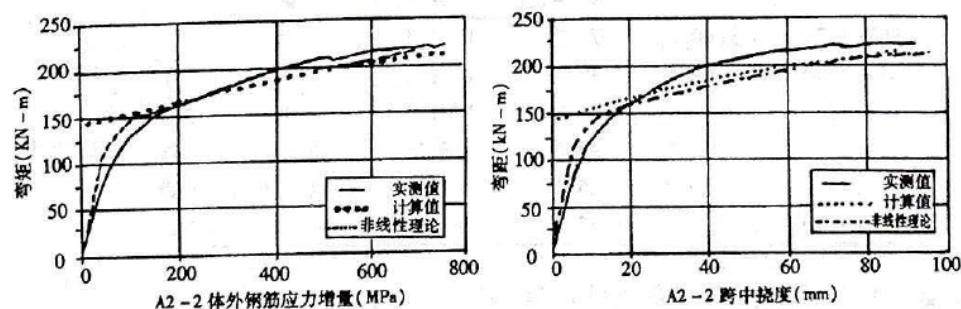


图6 计算结果与非线性理论结果的比较

4.2 国外试验

通过查阅资料,并收集到两批较为详细的国外体外预应力梁的试验结果。其中一批由美国的 Mohamed. H. Harajli 等完成,试验资料刊登在《PCI Journal》1993年第6期;另一批由新加坡的 Kiang-Hwee Tan、Chee-Khoon Ng 等所做,刊登于《ACI Structural Journal》1997年第1期。两批试验梁均采用三分点加载的方式,梁的跨度、截面

形式如图7所示,其他各种详细情况见相关参考文献。

利用该计算方法对上述国外两批体外预应力梁的试验结果进行了分析计算。由于美国试验的结果没有逐一给出极限状态下体外钢筋应力增量的实测结果,因此未能做进一步的比较。有关理论计算与试验结果及比较见表3、4。

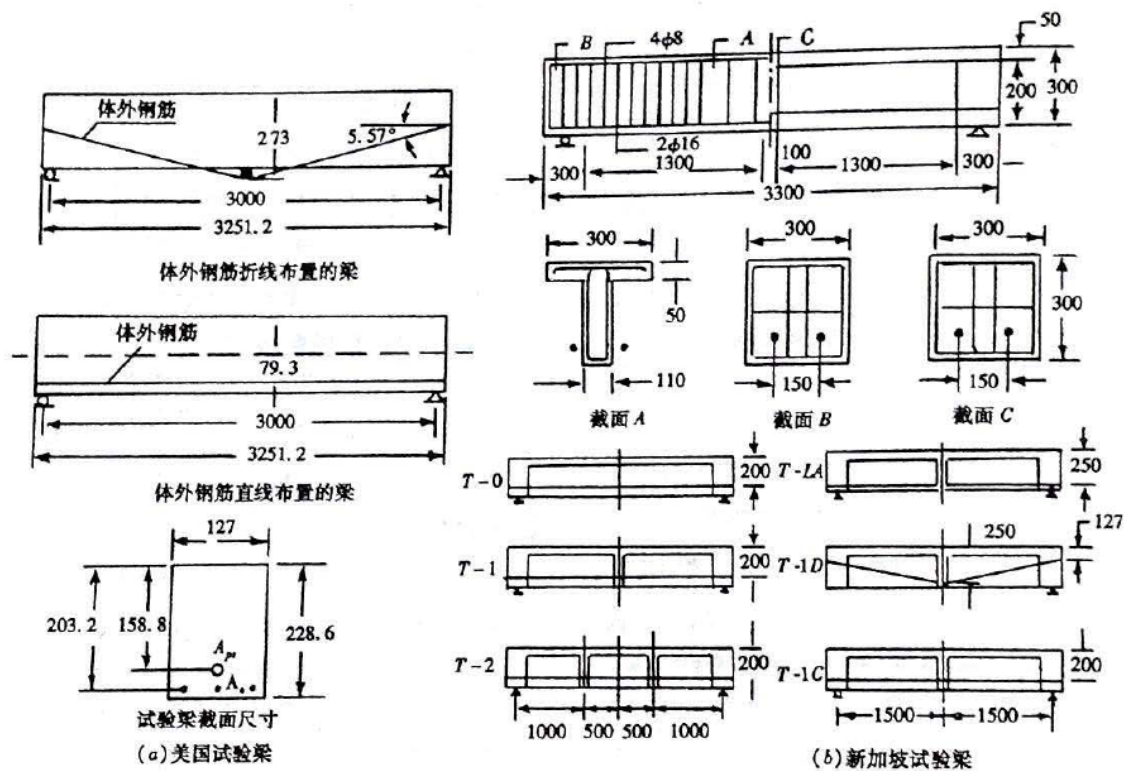


图7 国外体外预应力试验梁简图

表3 新加坡试验结果与计算的比较

梁号	试验实测值			计算值($\epsilon_{cu}=0.003$)			$\frac{M_u^{cal}}{M_u^{test}}$	$\frac{f_{ps}^{cal}}{f_{ps}^{test}}$
	M_u (kN-m)	f_{ps} (MPa)	Δu (mm)	M_u (kN-m)	f_{ps} (MPa)	Δu (mm)		
T-0	79.6	1667(1720)	34.3(40.0)	78.7	1718.4	47.75	0.989	1.031
T-1	84.1	1647(1770)	31.5(42.5)	88.4	1761.3	46.71	1.051	1.069
T-1A	81.5	1138	49.0(50.0)	84.9	1221.2	52.04	1.042	1.073
T-1B	94.2	1159(1170)	33.0(35.5)	92.6	1163.5	35.54	0.983	1.004
T-1D	78.1	1243	68.0(69.0)	85.1	1219.2	52.03	1.090	0.981
T-2	83.4	1665(1770)	40.0(41.5)	82.7	1618.2	40.12	0.992	0.972

注:1. 括号内数字为实测最大值;2. 挠度由据图反算得出。

表4 美国试验结果与计算的比较

梁号	试验实测值		计算值($\varepsilon_{cu} = 0.003$)				$\frac{M_u^{cal}}{M_u^{test}}$
	M_u (kN-m)	Δ_u (mm)	M_u (kN-m)	体外钢筋 f_{ps} (MPa)	有粘结钢筋 f_{ps} (MPa)	Δ_u (mm)	
B1D	24.1	36.07	27.1	1362.4(1277.6)	1745.1(1583.0)	43.34	1.124
B1S	20.1	41.66	18.8	1324.4(1232.1)	1752.0	48.11	0.935
B2D	35.2	31.24	39.7	1065.2(1113.3)	1618.7	29.09	1.128
B2S	29.1	31.50	29.5	1099.0(1052.1)	1606.8(1689.3)	28.10	1.014
B3D	41.7	31.24	43.8	1038.7(1161.1)	1559.0	23.14	1.050
B3S	32.7	29.21	34.9	1095.8(1120.4)	1558.5	23.47	1.067
B4D	23.2	53.34	23.0	1366.9	—	57.60	0.991
B4S	23.7	34.54	20.5	1372.2	—	42.75	0.865
B5D	48.4	30.48	45.4	1122.7	—	26.77	0.938
B5S	37.0	28.70	36.6	1059.5	—	30.40	0.989
B6D	52.7	26.16	57.2	976.5	—	19.17	1.085
B6S	—	—	45.7	872.0	—	16.01	—
B7D	37.6	32.00	37.7	1131.2	1627.6	30.18	1.002
B7S	33.8	29.46	33.1	1138.4	1635.0	30.87	0.979
B8D	54.0	30.23	54.4	1032.5	1420.1	17.83	1.007
B8S	44.6	24.89	46.1	925.8	1431.0	18.19	1.034

注:括号内数字为钢筋应力实测值。

5 分析和结论

通过上述理论分析计算与试验结果的比较可以看出,本文所建立的极限状态下体外预应力混凝土梁的分析计算方法能够较好地模拟此类梁在塑性绞区出现后的受力特点。30片梁极限弯矩计算值与实测值力之比的平均值为0.997,标准差为0.064;21片梁体外钢筋应力之比的平均值为1.004,标准差为0.064。与非线性理论相比,该方法的计算精度大体与其接近,但计算的工作量却大大减少,且概念明确、可根据结构的实际情况建立新的计算公式,所以更适合于实际应用(有关的具体计算过程见附录二)。与目前国外规范所建议的方法相比,该计算方法的精度更好;同时可以全面考虑梁内普通钢筋和预应力钢筋的配筋、体外钢筋的面积、有效预应力的布置以及外荷载形式等诸多因素对梁极限弯矩的影响。因此,此计算方法的建立,使得体外预应力梁仅通过截面的内力分析来确定梁的弯矩、钢筋应力和挠度成为可能,为进一步研究乃至设计体外预应力结构提供了一种简便易行的方法。

由于该计算方法是以混凝土塑性绞理论为基

础建立的,因此计算中梁体极限状态下塑性绞区长度和混凝土的极限压应变的取值对最终的计算结果影响较大,因此其适用条件应限制在适筋梁的范围之内,对于普通钢筋配置较少和过多的梁(如A1-1、B8D),其计算方法仍需进一步改进。同时,由于公式是在对称荷载、简支梁的条件下推出的,对于非对称荷载以及连续梁,其适用性还待试验验证。此外,由于计算中假设体外钢筋仍处于弹性阶段,因此对于这类特殊情况,仍然需要由非线性分析理论解决。

根据以上分析,可得出以下结论

1) 本文所建立的计算方法可较好地反映体外预应力混凝土梁极限状态的规律,极限弯矩、体外钢筋应力的计算结果与试验结果十分吻合,极限挠度也有相当的精度;

2) 该方法的计算精度与非线性理论分析基本一致,但概念更为明确、计算更为简单,因此更利于实际工程的应用;

3) 建立深入研究此类梁在不同荷载形式、不同配筋及体外钢筋不同布置条件下塑性绞区的特性,使该计算方法得到进一步验证和充实,为体外预应力结构的设计和计算提供简单、实用的手段。

附录一 文中各符号意义

A_p, A_p^i, A_s, A_s' : 分别代表梁体外和体内预应力钢筋及拉区和压区普通钢筋的面积;

α : 混凝土受压区等效高度, 按照 ACI-89 规范:

$$\alpha = \beta_1 c;$$

b : 矩形截面梁的宽度;

b_f, b_w : T 形截面梁上翼缘和腹板宽度;

c, x : 混凝土中性轴至压区混凝土外缘高度;

d : 梁拉区钢筋换算中心与上翼缘的距离;

d_e, d_p, d_p^i, d_s : 分别代表梁体内钢筋的换算高度及体外钢筋、梁体内预应力和普通钢筋与上翼缘的距离, 其中:

$$d_e = \frac{A_s f_y d_s + A_p^i f_{py} d_p^i}{A_s f_y + A_p^i f_{py}};$$

E_p : 体外钢筋的弹性模量;

e : 体外钢筋的偏心距;

f_c^i : 混凝土强度;

f_{pe}, f_{py}, f_{pu} : 体外钢筋的有效预应力、屈服强度及极限强度;

$f_{ps}, \Delta f_{ps}$: 极限状态下体外钢筋的应力和应力增量;

f_{py}, f_{pu} : 梁内预应力钢筋的屈服强度和极限强度;

f_y, f_y' : 梁拉、压区普通钢筋的屈服强度;

h_f : T 型截面梁上翼缘计算高度;

k_1 : 梁计算截面挠度与转向器处挠度的差与计算截面挠度之比;

L : 梁的跨度;

L_1 : 加载跨的长度或同一体外钢筋作用的几个跨的长度

L_2 : 体外钢筋锚固点间的长度;

L_0 : 梁等弯矩区的长度;

L_c, L_d, L_p : 分别代表体外钢筋转向器与转向器、转向器与支点之间的水平投影长度及体外钢筋的计算长度, 带有一撇上标的表示变形后的长度;

ΔL_p : 体外钢筋的伸长;

M_u : 梁的极限弯矩;

Z : 梁的剪跨长度;

Z_p : 梁的塑性铰区长度的二分之一;

α : 体外钢筋的转向角;

β_1 : 混凝土强度系数, 根据 ACI-89 规范:

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05(f_c' - 28)/7$$

$\Delta, \Delta_d, \Delta_s$: 分别表示梁计算截面与转向器或锚固点的挠度差、梁体外钢筋转向点处和计算截面的极限挠度;

ϵ_{cu} : 混凝土极限压应变;

θ_u : 梁端极限转角;

ϕ_u : 梁极限曲率;

ρ_p : 梁配筋率;

Ω_u : 对于均布或接近三分点加载: $3.0(L/d_p)$, 对于接近跨中加载: $3.0(L/d_p)$ 。

附录二 计算实例

例 1. T-0 梁计算

梁跨度 3000mm, 截面体外钢筋布置和加载形式如图 7 所示, 混凝土强度 34.6MPa, 体外钢筋高度 200mm、面积 110mm²、弹性模量 1.93×10^5 MPa, 长度 3300mm, 有效预应力 1297MPa; 拉压区钢筋强度为 530MPa 和 338MPa, 拉区钢筋高度为 270mm。

$$\beta_1 = 0.85 - (34.6 - 28.0)/140 = 0.8029$$

$$Z_p = 0.5(1000 + 270) = 635$$

$$q_0 = \frac{402.1 \times 530 - 201.1 \times 338 + 1297 \times 110}{0.85 \times 0.8029 \times 34.6 \times 300} = 40.63$$

$$q_e = \frac{2 \times 1.93 \times 10^5 \times 110 \times 635 \times 0.003}{0.85 \times 0.8029 \times 34.6 \times 300 \times 3300} = 3.46$$

根据表 1 可得:

$$A = 37.17 \quad B = 692.05 \quad C = 10382.02$$

通过解三次议程, 得到唯一实数解;

$$c = 47.175 \begin{cases} \leq h_f = 50 \\ \geq q_0 = 40.60 \end{cases}$$

利用公式(5), 有:

$$\phi_u = \frac{0.003}{47.175} = 6.359 \times 10^{-5}$$

$$\theta_u = 6.359 \times 10^{-5} \times 635 = 4.038 \times 10^{-2}$$

$$\Delta_u = \frac{4.038 \times 10^{-2}}{2} (3000 - 635) = 47.75$$

通过公式(7)得:

$$\Delta L_p = 2 \times 4.038 \times 10^{-2} \times \left[200 - 47.145 - \frac{4.038 \times 10^{-2}}{4} \times (3000 + 3300) \right] = 7.206$$

$$\Delta f_{ps} = 1.93 \times 10^5 \times \frac{7.206}{3300} = 421.4$$

由公式(3), 且 $\alpha = 0.8029 \times 47.175 = 37.877$,

$$M_u = 110 \times (1297 + 421.4) \times \left(200 - \frac{37.877}{2} - 47.75 \right) + 402.1 \times 530 \times \left(270 - \frac{37.877}{2} \right) = 78.7 \times 10^6$$

例 2. B2-2 梁计算

梁跨度 5000mm, T 形截面, 上翼缘宽 500mm, 计算高度 56.2mm, 腹板宽 100mm, 混凝土强度为 45.0MPa; 体外钢筋采用折线布置, 转角为 11.5°, L_c 和 L_d 分别为 2700mm 和 1150mm, 体外钢筋高度 375mm、面积 392.7mm²、弹性模量 1.8×10^5 MPa, 计算长度 5455mm, 有效预应力 806.0MPa; 拉压区钢筋强度为 340MPa 和 210MPa, 面积为 201.1 和 56.5mm², 拉压区钢筋强度 405mm, 加载形式为双点, $L_0 = 1000$ mm。

$$\beta_1 = 0.85 - (45.0 - 28.0)/140 = 0.7286$$

$$Z_p = 0.5(1000 + 405) = 702.5$$

$$q_0 = \frac{201.1 \times 340 - 56.5 \times 210 + 806.0 \times 392.7}{0.85 \times 0.7286 \times 45.0 \times 500} = 26.77$$

$$q_e = \frac{2 \times 1.8 \times 10^5 \times 392.7 \times 702.5 \times 0.003}{0.85 \times 0.7286 \times 45.0 \times 500 \times 5455} = 3.92$$

根据表1可得:

$$A = 22.85 \quad B = 1469.92 \quad C = 15999.89$$

通过解三次方程,得到唯一实数解:

$$c = 46.914 \begin{cases} \leq h_t = 56.2 \\ \geq q_0 = 26.77 \end{cases}$$

利用公式(5),有:

$$\Phi_u = \frac{0.003}{46.914} = 6.395 \times 10^{-5}$$

$$\theta_u = 6.395 \times 10^{-5} \times 702.5 = 4.492 \times 10^{-2}$$

$$\Delta_u = \frac{4.492 \times 10^{-2}}{2} (5000 - 702.5) = 96.53$$

由图2的曲率分布:

$$\Delta_d = 51.66, \Delta = 96.53 - 51.66 = 44.87$$

通过图3,利用简单的几何关系有:

$$\Delta L_p = 2 \times 4.492 \times 10^{-2} \times \left[375 - 46.914 - \frac{4.492 \times 10^{-2}}{2} \times \left(2700 + \frac{1150}{\cos 11.5^\circ} \right) \right] = 21.66$$

$$\Delta f_{ps} = 1.8 \times 10^5 \times \frac{21.66}{5455} = 714.7$$

由公式(3),且 $\alpha = 0.7286 \times 46.914 = 34.182$,

$$M_u = 392.7 \times (806.0 + 714.7) \times \left(375 - \frac{34.182}{2} - 44.87 \right) + 201.1 \times 340 \times \left(405 - \frac{34.182}{2} \right) = 213.5 \times 10^6$$

例3. T-1B梁计算

混凝土强度33.2MPa,体外钢筋面积200mm²,弹性模量1.99×10⁵MPa,有效预应力750MPa,其余条件同T-0。

$$\beta_1 = 0.85 - (33.2 - 28.0)/140 = 0.8129$$

按矩形截面得 $C = 56.774 \geq 50$,需按T形算;

$$q_0 = \frac{402.1 \times 530 - 201.1 \times 338 + 750 \times 200}{0.85 \times 0.8129 \times 33.2 \times 110} - \frac{(300 - 110) \times 50}{110} = 30.60$$

$$q_e = \frac{2 \times 1.99 \times 10^5 \times 110 \times 635 \times 0.003}{0.85 \times 0.8129 \times 33.2 \times 110 \times 3300} = 18.21$$

根据表1可得:

$$A = 12.39 \quad B = 3642.17 \quad C = 26018.75$$

通过解三次方程,得到三个实数解:

$$c_1 = 10.021 \quad c_2 = 40.967 \quad c_3 = 63.381$$

取中性轴高度 = 63.381,有:

$$\Phi_u = \frac{0.003}{63.381} = 4.733 \times 10^{-5}$$

$$\theta_u = 4.725 \times 10^{-5} \times 635 = 3.000 \times 10^{-2}$$

$$\Delta_u = \frac{3.006 \times 10^{-2}}{2} (3000 - 635) = 35.54$$

根据图3给出的几何关系:

$$\Delta L_p = 2 \times 3.006 \times 10^{-2} \times \left(200 - 63.381 - \frac{3.006 \times 10^{-2}}{4} \times 3000 \right) = 6.857$$

$$\Delta f_{ps} = 1.99 \times 10^5 \times \frac{6.857}{3300} = 413.5$$

$$\alpha = 0.8129 \times 63.381 = 51.522$$

$$M_u = 200 \times (750 + 413.5) \times \left(200 - \frac{51.522}{2} \right) + 402.1 \times 530 \times \left(270 - \frac{51.522}{2} \right) = 92.6 \times 10^6$$

参考文献

1. 牛斌. 体外预应力混凝土梁抗弯强度及变形性能:[硕士学位论文]. 北京:铁道科学研究院,1992
2. 牛斌. 体外预应力混凝土梁弯曲性能分析. 土木工程学报,1999,32(4):37~44
3. Zhang Zuohan, Niu Bin, Sun Lu. The Analysis of Flexural Behavior of Externally Prestressed Concrete Beams. FIB, The Symposium on post - Tensioned Concrete Structures, Japan, 1993
4. 林同炎, NED H. BURNS. 预应力混凝土结构设计(第三版). 北京:中国铁道出版社,1983
5. 朱伯龙,董振祥,钢筋混凝土非线性分析. 上海:同济大学出版社,1984
6. M. H. Harajli. Strengthening of concrete beams by external prestressing. PCI Journal V. 38, No. 6, Nov. - Dec., 1993
7. Kiang - Hwee Tan, and Chee - Khoo Ng. Effects of deviators and tendon configuration on behavior of externally prestressed beams. ACI Structure Journal V. 94, No. 1, Jan. - Feb., 1997
8. Angel C. Aparicio and Gonzalo Ramos. Flexural strength of externally prestressed concrete bridges. ACI Structure Journal, V. 93, No. 5, Sept. - Oct., 1996
9. M. H. Harajli and S. A. Hijazi. Evaluation of the ultimate steel stress in partially prestressed concrete members. PCI Journal, V36, No. 1, Jan. - Feb., 1991.
10. M. H. Harajli. Effect of span - depth ratio on the ultimate steel stress in unbonded prestressed concrete members. ACI Structure Journal, V. 87, No. 3. May - June, 1990
11. A. E. Naaman, Unified bending strength design of concrete members; AASHTO LRFD Code. Journal of Structure Engineering, ASCE, V. 121, No. 6. June, 1995
12. A. E. Naaman and j. E. Breen. External prestressing in bridges. SP - 120, ACI Detroit, 1990