

# 大跨度张弦式管梁研究

薛伟辰 刘 晟

(同济大学建筑工程系 上海 200092)

**摘要:**大跨度预应力张弦式管梁是运输管道跨越江河或沟壑的一种新型结构形式,其跨度可达100~150m。以一榀100m跨预应力张弦式管梁为原型,设计了1:15缩尺模型,在国内首次开展了张弦式管梁在预应力张拉阶段、正常使用阶段以及承载力极限阶段的受力全过程试验研究。基于ANSYS对试验全过程进行了非线性有限元模拟,并结合一致缺陷模态法与柱面弧长法,进行了同时考虑初始几何缺陷与几何非线性的屈曲分析。试验研究与有限元分析表明:半跨荷载对预应力张弦式管梁较为不利,结构整体变形与上弦应力增长较为迅速;结构对平面外的几何缺陷较为敏感,半跨荷载下的屈曲临界荷载较全跨荷载作用时稍低;结构具有可靠的稳定性与较大的安全储备,极限承载力达设计荷载的2.68倍;有限元计算值与试验结果吻合良好,表明本文采用的非线性有限元分析方法能较好地实现对预应力张弦式管梁受力全过程的模拟。最后,基于瑞利—里兹法推导了预应力张弦式管梁在弹性与弹塑性状态下的变形与内力计算公式。

**关键词:**预应力张弦式管梁 优化设计 屈曲分析 破坏模式

## 1 前言

预应力张弦梁(Beam String Structure,简称BSS)是一种用受压腹杆将上弦压弯构件和下弦受拉构件组合在一起而形成的自平衡体系<sup>[1-3]</sup>,该体系由日本Nihon大学的Masao Saitoh教授于1984年首先提出。目前,预应力张弦梁结构的工程应用主要集中于大跨度屋盖结构。国内较为典型的工程有建于日本的Maehashi Green Dome、Izumo Dome、Anoh Dome以及建于中国的上海浦东国际机场82.6m跨张弦梁屋架、广州国际会展中心126.5m张弦桁架和哈尔滨国际体育与会议展览中心128m张弦桁架。管道运输是运具与线路合二为一的一种新型运输方式,既可以输送液体和气体(如水、石油、天然气等),又可以输送固体物资(如煤、矿石等)。在管道运输的过程中可能遇到江河或沟壑的阻隔,为了跨越这些障碍,目前大多采用传统的架设桥梁或开挖隧道的方式,造价昂贵。预应力张弦梁结构受力性能良好,且适用于100~150m的大跨度,若将其上弦设计为运输管道,便成为管道跨越江河或沟壑等障碍的一种新型结构形式——大跨度预应力张弦式管梁。

与目前应用较多的张弦梁屋盖相比,大跨度预应力张弦式管梁在结构形式与荷载工况等方面

具有特殊性:①大跨度预应力张弦式管梁为单榀孤立存在,无法像屋盖结构那样依靠各榀张弦梁之间的连梁、支撑等连接构件来保证其侧向稳定,只能采取在上弦靠近两端支座处设置斜撑等构造措施,因此结构的稳定性问题尤为重要。②大跨度预应力张弦式管梁除受对称荷载作用外,在输送物资进入管道时还受到半跨荷载这种不利的非对称荷载作用。

预应力张弦梁结构体系研究是当前国内外预应力空间钢结构领域的一个前沿课题<sup>[4-5]</sup>,目前仍很不成熟。国内外对预应力张弦梁极限承载力的研究还是空白,也未制订预应力张弦梁结构的设计规范。而国内外关于大跨度预应力张弦式管梁的研究则更少,文献<sup>[6]</sup>对预应力张弦式输水管道的受力特点和设计方法进行了初步的探讨,未开展具体的试验与理论研究工作。巴西的Bernardo Horowitz, Simone P. de S' a Barreto对一座较小跨度的三跨预应力张弦式管梁(38.60m+31.47m+39.42m)进行了考虑几何非线性的有限元分析<sup>[7]</sup>。

## 2 研究意义

本文的研究以拟建于中国华东地区的某100m跨张弦式管梁为背景。为了改善预应力张弦式管梁的受力性能,减小用钢量,首先对该结构的矢

本文荣获第四届欧维姆优秀预应力论文一等奖,原载ASCE, Structural Engineering, 2008, 134(10):1657-1667.

跨比、垂跨比以及上、下弦截面等关键设计参数进行了有限元参数分析,并对该结构在不同支承条件下的非线性稳定性进行了研究。为了进一步地研究了张弦式管梁在预应力张拉阶段、半跨加载阶段、全跨加载阶段的全过程受力性能,以优化后的设计方案为原型,进行了1:15缩尺模型的预应力张拉与加载试验与非线性有限元模拟。最后,基于能量原理对预应力张弦式管梁进行了弹性与塑性极限分析,并与试验结果与非线性有限元分析结果进行了对比。

### 3 基于ANSYS的非线性有限元分析方法

#### 3.1 有限元建模

采用ANSYS建立的预应力张弦式管梁的有限元模型如图1所示,其中上弦采用空间两节点梁单元BEAM188,腹杆和下弦均采用空间杆单元LINK8。BEAM188与LINK8均能够同时考虑结构的材料非线性与几何非线性,其中BEAM188基于Timoshenko梁理论,考虑了剪切变形的影响。

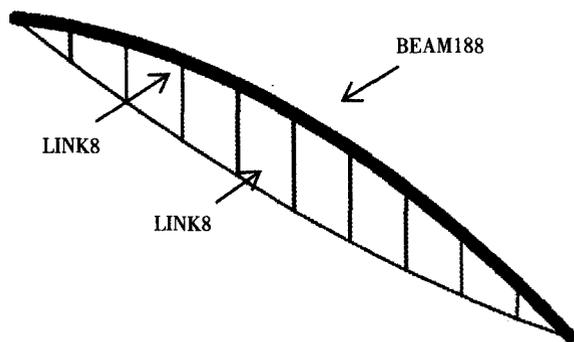


图1 有限元模型

#### 3.2 预应力的模拟与优化方法

在有限元分析中,通常采用等效降温法、初应变法和生死单元法来模拟预应力的作用。对张弦式管梁而言,在采用等效降温法和初应变法施加预应力时将由于上弦的弹性压缩而产生预应力损失,常常需要进行多次试算。而生死单元法只需一次计算便可以准确地施加预期的预应力,避免了繁琐的试算过程。故本文采用生死单元法来模拟张弦式管梁下弦钢索的预应力作用,具体步骤如下<sup>[8]</sup>。

(1) 将下弦钢索靠近支座的两个单元分别替换为一对等值反向的力,该力大小即所要施加

的预应力的。同时对下弦其它单元采取设置初始应变的方法来模拟预应力的作用。

(2) 撤除(1)中施加的两对等值反向的力并激活下弦钢索靠近支座的两个单元。

张弦梁结构体系中,下弦钢索的预应力张拉对结构成型后的变形和内力起到控制作用<sup>[9-13]</sup>,因此很有必要对张弦式管梁下弦钢索的预应力进行优化,以改善结构的受力性能。本文建议采取以控制张弦式管梁在恒载和预应力共同作用下的挠度作为预应力优化设计的原则。

预应力的优化设计可采用ANSYS的优化设计模块进行。ANSYS中提供了子问题逼近法和一阶方法两种优化设计方法。其中,子问题逼近法是一种高级的零阶方法,它通过对目标函数添加罚函数将问题转化为非约束的优化问题,然后用曲线拟合来建立目标函数与设计变量之间的关系来实现逼近。一阶方法同样通过对目标函数添加罚函数将问题转化为非约束的优化问题,然后使用因变量对自变量的偏导数进行梯度计算,从而确定搜索方向,并用线搜索法对非约束问题进行最小化。由于一阶方法比子问题逼近法具有更高的计算精度,故采取一阶方法对下弦钢索的预应力进行优化。

#### 3.3 稳定性分析方法

ANSYS中提供的计算结构屈曲临界荷载的方法主要有以下两种:特征值屈曲分析与非线性屈曲分析。前者用于计算一个理想弹性结构的理论屈曲荷载,而实际工程中结构的几何缺陷、力学缺陷(残余应力)与非线性通常使得结构先于理论屈曲荷载而发生失稳,因此单纯采用此法有可能产生非保守的结果。在预应力张弦式管梁的稳定性分析中可将两者结合起来,即首先通过特征值屈曲分析得到结构的一阶理论屈曲荷载及其屈曲模态,以对张弦式管梁可能的屈曲形式进行初步判断。在此基础上,对张弦式管梁施加与其屈曲模态一致的初始几何缺陷<sup>[14]</sup>,并进行非线性屈曲分析,所得的最大荷载即为张弦式管梁的屈曲临界荷载。参照《钢结构工程施工质量规范》(GB50205.2001)中相关规定,初始几何缺陷的

峰值可取为张弦式管梁跨度的1/1000。

## 4 有限元参数分析

### 4.1 参数的选择

预应力张弦式管梁跨度为100m, 上弦与腹杆的材料均为Q235B, 下弦采用高强钢丝束。在此基础上, 本文对预应力张弦式管梁进行了初步设计。以初步设计方案作为中心设计方案, 对预应力张弦式管梁共进行了17个方案的参数分析, 研究了矢跨比、垂跨比、腹杆布置、构件截面等关键设计参数对结构受力性能的影响。各设计方案的参数设置详见表1。

表1 参数设置

方案编号	矢跨比	垂跨比	腹杆数量	上弦截面	下弦截面	腹杆截面
中心方案	0.10	0.05	9	1400×16	φ5×187	325×8
BSS-1	0.05	—	—	—	—	—
BSS-2	0.075	—	—	—	—	—
BSS-3	0.125	—	—	—	—	—
BSS-4	0.15	—	—	—	—	—
BSS-5	—	0.03	—	—	—	—
BSS-6	—	0.07	—	—	—	—
BSS-7	—	0.09	—	—	—	—
BSS-8	—	—	5	—	—	—
BSS-9	—	—	7	—	—	—
BSS-10	—	—	11	—	—	—
BSS-11	—	—	—	1400×14	—	—
BSS-12	—	—	—	1400×18	—	—
BSS-13	—	—	—	—	φ5×163	—
BSS-14	—	—	—	—	φ7×91	—
BSS-15	—	—	—	—	φ5×199	—
BSS-16	—	—	—	—	—	245×8
BSS-17	—	—	—	—	—	350×10

注: 表中—表示与中心方案一致。

参数分析中主要考虑以下几个荷载工况: ①工况一, 预应力+张弦式管梁自重; ②工况二, 预应力+张弦式管梁自重+1.5×半跨水荷载; ③工况三, 预应力+1.2×恒载标准值+1.4×活载。

### 4.2 参数分析主要结果

参数分析的主要计算结果如表2所示。其中,  $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 分别为预应力张弦式管梁在全跨水荷载作用下以及1.5倍半跨水荷载作用下(均不考虑自重和预应力)的挠度与跨度的比值, 以反映各

设计方案在全跨与半跨荷载作用下的结构刚度;  $\sigma_{1M}$ 和 $\sigma_{1N}$ 为工况二上弦的弯曲应力和轴向应力;  $\sigma_{2M}$ 、 $\sigma_{2N}$ 和 $\sigma_s$ 分别为工况三上弦的弯曲应力、轴向应力以及下弦应力; 表中应力单位均为MPa。

表2 主要计算结果

方案编号	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\sigma_{1M}$	$\sigma_{1N}$	$\sigma_{2M}$	$\sigma_{2N}$	$\sigma_s$
中心方案	1/475	1/331	149.9	24.2	17.6	34.0	604
BSS-1	1/220	1/293	155.0	32.8	26.3	47.3	888
BSS-2	1/332	1/316	151.2	27.4	19.6	39.2	719
BSS-3	1/627	1/334	150.3	22.1	17.2	30.5	521
BSS-4	1/796	1/333	152.4	20.7	18.9	28.0	459
BSS-5	1/362	1/317	151.6	27.5	20.4	38.9	685
BSS-6	1/601	1/340	149.1	21.6	15.8	30.2	544
BSS-7	1/706	1/347	147.8	19.6	12.9	27.3	501
BSS-8	1/460	1/331	147.0	24.1	18.0	33.9	599
BSS-9	1/465	1/328	153.7	24.1	16.7	33.9	600
BSS-10	1/468	1/327	152.4	24.3	16.9	34.1	607
BSS-11	1/468	1/294	174.4	26.5	18.4	37.9	589
BSS-12	1/473	1/363	134.2	22.3	16.8	31.0	619
BSS-13	1/419	1/326	150.3	24.1	19.0	33.9	691
BSS-14	1/462	1/332	149.5	24.1	18.5	34.0	633
BSS-15	1/499	1/332	149.5	24.2	16.8	34.1	568
BSS-16	1/472	1/331	149.1	23.6	17.0	33.4	603
BSS-17	1/480	1/333	149.1	23.8	17.6	33.7	608

对比BSS-1~BSS-17与中心方案的计算结果, 可以看出各设计参数与结构变形以及构件应力之间有如下规律:

#### (1) 矢跨比

全跨均布荷载作用下的结构变形随矢跨比的增大而减小。当矢跨比小于0.075时, 半跨荷载作用下的结构变形随矢跨比的增大而减小; 当矢跨比大于0.075时, 半跨荷载作用下结构变形对矢跨比的增大并不敏感。

各荷载工况下上弦的轴向应力和下弦应力均随矢跨比的增大而减小。当矢跨比小于0.10时, 半跨荷载(工况二)作用下上弦的弯曲应力 $\sigma_{1M}$ 和全跨荷载(工况三)作用下上弦的弯曲应力 $\sigma_{2M}$ 均随矢跨比的增大而减小; 当矢跨比大于0.10时,  $\sigma_{1M}$ 和 $\sigma_{2M}$ 随矢跨比的增大反而稍有增加。

#### (2) 垂跨比

全跨均布荷载作用下的结构变形均随垂跨比的增大而减小, 但半跨荷载作用下的结构变形对

垂跨比的增大较不敏感。

与矢跨比相似,各工况下上弦的弯曲、轴向应力和下弦应力均随垂跨比的增大而减小。

### (3) 腹杆数量

腹杆数量的变化对结构变形与构件应力的影响均较小。

### (4) 上弦截面

全跨均布荷载作用下结构的变形对上弦截面的增大不敏感,半跨荷载作用下结构的变形随上弦截面的增大而减小。随上弦截面的增大,各荷载工况下上弦的弯曲应力和轴向应力均明显减小,而下弦应力由于结构自重的增大而有所增大。

### (5) 下弦截面

全跨均布荷载作用下结构的变形随下弦截面的增大而减小,半跨荷载作用下结构的变形对下弦截面的增大较不敏感。下弦应力随下弦截面的增大而减小,而上弦的弯曲应力和轴向应力对下弦截面的变化并不敏感。

### (6) 腹杆截面

全跨均布荷载和半跨荷载作用下结构变形与

构件应力对腹杆截面的变化均不敏感。

由以上分析可见,预应力张弦式管梁的矢跨比、垂跨比以及上、下弦截面对其受力性能的影响较大,是预应力张弦式管梁的关键设计参数。综合矢跨比、垂跨比、腹杆布置和构件截面等设计参数对结构受力性能的影响,并考虑到预应力张弦式管梁下部河流的通航等使用功能的要求,最终确定以中心方案作为预应力张弦式管梁的优化设计方案,如图3所示。

## 5 预应力优化设计

需要说明,在进行各设计方案的参数分析之前,均采用前文3.2中所述的基于ANSYS的有限元方法对预应力进行了优化设计。限于篇幅,这里仅给出优化设计方案的预应力优化结果。在预应力与恒载共同作用下上弦的竖向挠度与弯矩如图4所示。从图中可以看出:正负最大挠度的绝对值仅相差0.03mm,可见结构的挠度已经趋于最小;此时上弦正负最大弯矩分别为 $183.4\text{kN}\cdot\text{m}$ 和 $-264.9\text{kN}\cdot\text{m}$ ,其绝对值较为接近,而上弦为上下对称截面,可见上弦的弯曲应力也得到了较好的控制。

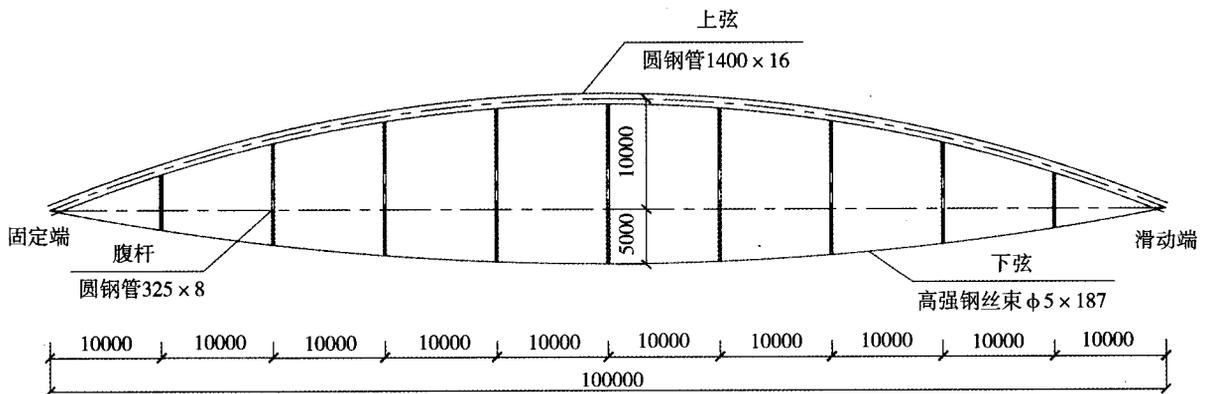


图3 优化设计方案

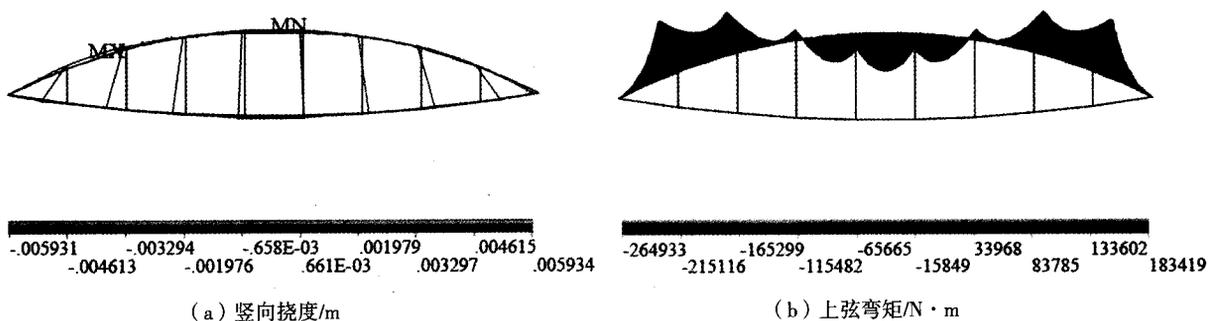


图4 结构竖向挠度和上弦弯矩

## 6 非线性稳定性分析

采用前文3.2中所述特征值屈曲分析与非线性屈曲分析结合的方法,对张弦式管梁优化设计方案在半跨荷载与全跨荷载作用下的稳定性进行了分析。分析中考虑了以下三种不同的支承条件(见图5):①支座端平面外刚接,在上弦靠近两端支座的十分点处设置侧向斜撑;②支座端平面外铰接,在上弦靠近两端支座的十分点处设置侧向斜撑;③支座端平面外刚接,无侧向斜撑。

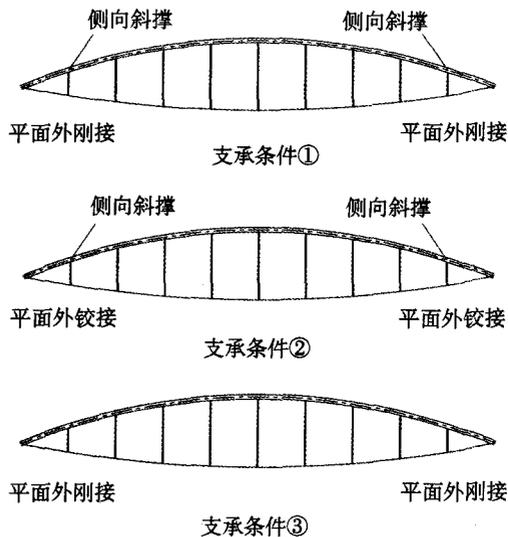


图5 支承条件示意图

### 6.1 半跨荷载作用下的稳定性

由特征值屈曲分析得到的三种支承条件下张弦式管梁在平面内、平面外的一阶屈曲模态如图6所示。其中,各支承条件下的平面内的一阶屈曲模态均如图6(a)所示,为平面内的两个半波;支承条件①、②下的平面外一阶屈曲模态为两个侧向斜撑之间平面外的一个半波,而支承条件③下则表现为两端支座之间平面外的一个半波,分别如图6(b)、(c)所示。



(a) 平面内一阶屈曲模态 (前视图)



(b) 平面外一阶屈曲模态 (支承条件①②,俯视图)



(c) 平面外一阶屈曲模态 (支承条件③,俯视图)

图6 一阶屈曲模态

对张弦式管梁分别施加平面内和平面外的几何缺陷后,进行了非线性屈曲分析,结果表明:各支承条件下,结构对平面内的几何缺陷均不敏感,并未有失稳发生;而平面外的几何缺陷对结构的稳定性有较大影响。施加平面外几何缺陷后得到的三种支承条件下上弦节点J3的挠度曲线如图7所示。从图中可以看出,三种支承条件下的屈曲临界荷载从大到小依次为:支承条件①( $233.3\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )、支承条件②( $227.9\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )、支承条件③( $166.7\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ ),分别为1.5倍半跨水荷载( $21.6\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )的10.8倍、10.6倍和7.7倍。比较支承条件①、③下的屈曲临界荷载可见,侧向斜撑的设置对增强张弦式管梁在半跨荷载作用下的稳定性是十分有利的。而比较支承条件①、②下的屈曲临界荷载则可以发现,在有侧向斜撑的条件下,支座端平面外设置为刚接对结构屈曲临界荷载的提高并不明显。

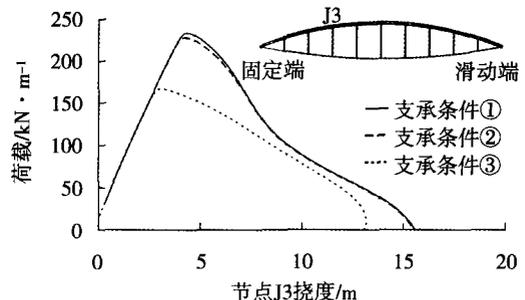


图7 半跨荷载作用下节点J3挠度

### 6.2 全跨荷载作用下的稳定性

由特征值屈曲分析得出的全跨荷载作用下的平面内和平面外一阶屈曲模态与半跨荷载作用下一致(见图6)。与半跨荷载作用的情况相似,施加平面内的几何缺陷后,结构并未出现失稳。图8为施加平面外几何缺陷后进行非线性屈曲分析得到的张弦式管梁的跨中挠度曲线,支承条件①~③对应的屈曲临界荷载分别为 $134.7\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ 、 $129.7\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ 和 $86.0\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ ,为设计荷载( $26.5\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$ )的5.1倍、4.9倍和3.2倍。可见在

全跨荷载作用下的结构稳定性与半跨荷载作用时表现出相似的规律,即侧向斜撑的设置对保证结构的稳定性是十分有利的,而在有侧向斜撑的条件下,支座端平面外设置为刚接对结构屈曲临界荷载的提高并不明显。

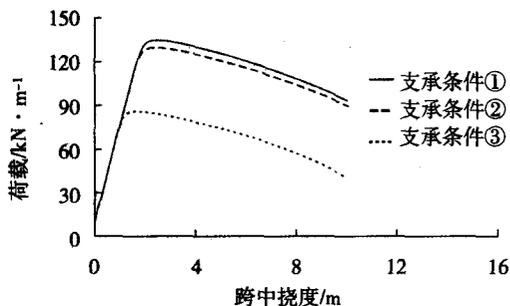


图8 全跨荷载作用下跨中挠度

综合半跨与全跨荷载作用下的分析结果可见,采用支座端平面外铰接并在上弦靠近两端支

座的十分点处设置侧向斜撑的方式,即支承条件②,是较为经济、合理的。

## 7 预应力张拉与加载试验

### 7.1 试件设计与材料性能

为进一步地研究张弦式管梁优化设计方案在预应力张拉阶段、正常使用阶段以及承载力极限阶段的全过程受力性能,并对本文采用的、基于ANSYS的张弦式管梁有限元分析方法进行验证,进行了优化设计方案1:15缩尺模型的预应力张拉与加载试验。

试验模型与原型的几何相似关系为1:15。模型结构的上弦为圆钢管76×2,腹杆为 $\phi 18$ 圆钢,下弦为单根 $\phi 5$ 高强钢丝,如图9所示。各构件的材料力学性能见表3。

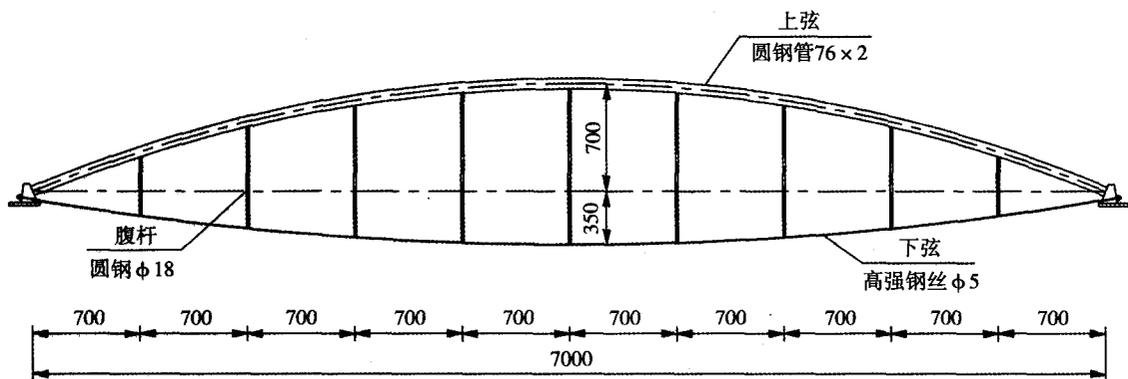


图9 模型结构示意图(单位:mm)

表3 材料力学性能

构件名称	屈服强度 /MPa	极限强度 /MPa	弹性模量 /MPa	延伸率
上弦	224	461	$1.85 \times 10^5$	9.5%
腹杆	429	702	$2.06 \times 10^5$	18.0%
下弦	1582	1873	$2.08 \times 10^5$	7.0%

用图10的侧向支撑对此进行了模拟。

### 7.2.2 预应力张拉方案

采用油泵和穿心式千斤顶对下弦高强钢丝进行张拉。为了便于对张拉过程中结构的几何位形及时进行调整,张拉中采取两端张拉的方式。张拉的具体流程如下:①安装千斤顶;②第一级张拉,使得张拉装置与试验模型接触良好;③施加吊载;④第二级张拉;⑤锚固。由于跨中反拱对张拉力的增大较为敏感<sup>[15-16]</sup>,试验中以跨中反拱作为预应力张拉的主要控制指标,锚固后的跨中反拱控制在18.3mm左右。

### 7.2.3 加载方案

试验加载考虑以下5个荷载工况:①工况一,张弦梁结构自重+1.5倍半跨水荷载;②工况二,1.0×恒载标准值;③工况三,1.0×恒载标

## 7.2 预应力张拉与加载方案

### 7.2.1 自重的模拟与边界条件

依据相似理论,模型与原型的质量密度比应为15:1,为了解决模型质量相似比的问题,试验中采取了在上弦各节段施加吊载的方法。吊载的布置如图10所示,各吊载点荷载均为25kg。

两端支座在平面内和平面外均为铰接。为增强结构的稳定性,原型结构方案在上弦靠近两端支座的两个节点处均设置了侧向斜撑,试验中采

准值+1.0×活载标准值；④工况四，1.2×恒载标准值+1.4×活载标准值；⑤工况五，加载至承载力极限。其中，工况一为半跨（靠近固定端的半跨）加载，工况二至工况五为全跨加载，半跨与全跨均采用液压加载系统进行同步加载。半跨加载时，荷载施加在靠近固定端的四个节点J1、J2、

J3、J4上。全跨加载时，荷载施加在上弦各节点上，加载装置如图11所示。其中，节点J1、J2、J3、J4和J6、J7、J8、J9分别用一台200t液压加载器加载，节点J5用一台50t液压加载器加载。各液压加载器的荷载均采用荷载传感器进行测量。各工况荷载值如表4所示。图12为全跨加载时的试验全景。

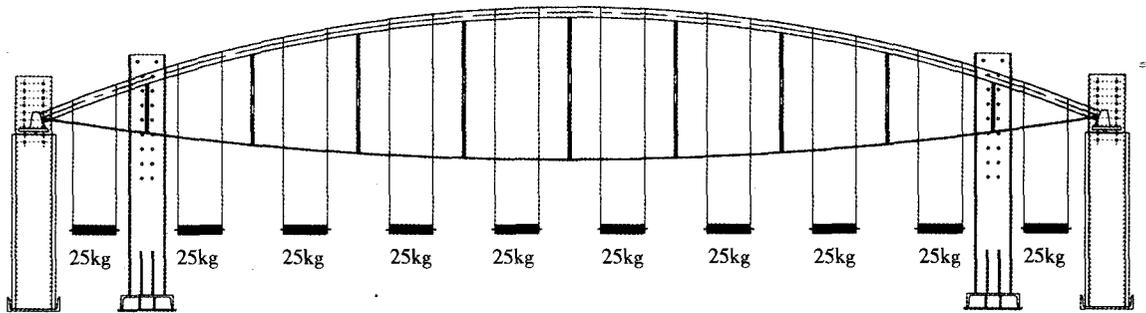


图10 吊载及侧向支撑示意图

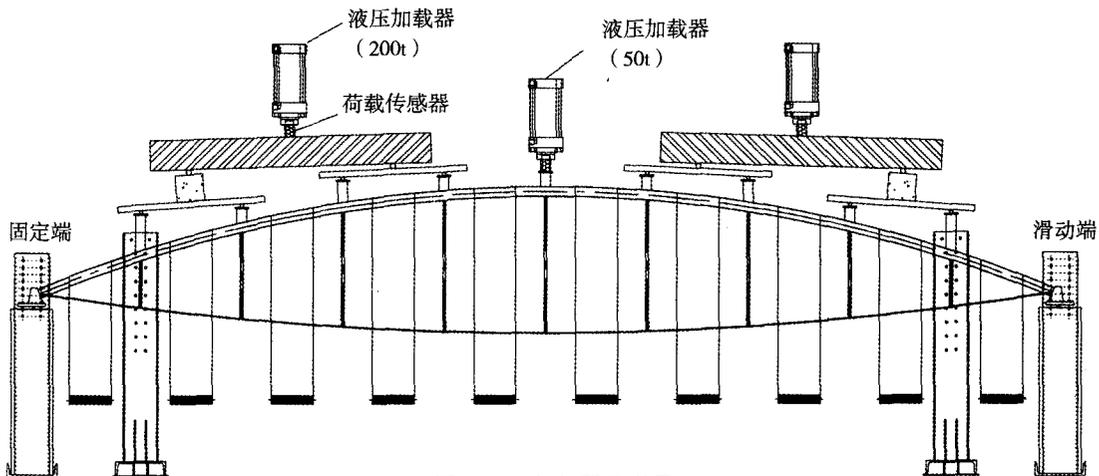


图11 加载装置示意图



图12 全跨加载试验全景

表4 各荷载工况下各加载点的荷载（单位：kN）

工况一（J1~J4）	工况二	工况三	工况四	工况五
1.06	0.78	0.84	1.09	加载至承载力极限

### 7.3 测试内容

试验的测试内容主要有：①上弦、腹杆和下弦的应变；②上弦各节点的竖向位移；③两端支座竖向沉降和水平位移。共布置应变片78片，位移计14个。

### 7.4 主要试验结果与分析

#### 7.4.1 预应力张拉阶段

##### （1）跨中反拱

随着下弦应变的增大，上弦钢管逐渐向上拱起，试验中锚固后的跨中反拱为18.34mm，可见张拉控制的效果较为理想。

##### （2）支座水平位移

在张拉过程中的支座水平位移均集中于滑动端,为28.51mm;而固定端的水平位移很小,为0.21mm。

#### 7.4.2 半跨加载阶段

##### (1) 结构变形

在半跨加载过程中,预应力张弦式管梁模型的变形呈如图13所示的“倒S形”,即加载半跨向下挠曲、非加载半跨向上拱起,而跨中挠度基本不发生变化。在1.5倍半跨水荷载作用下(工况二),上弦向下的挠度最大值为21.6mm(节点J2),为跨度的1/324;上弦向上拱起的最大挠度为-36.4mm(节点J7),为跨度的1/192。

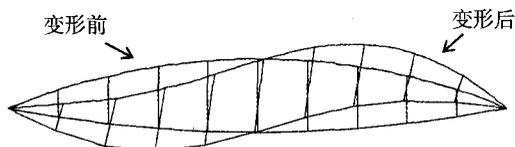


图13 工况一结构变形示意图

##### (2) 构件应力

在1.5倍半跨水荷载作用下(工况二),预应力张弦式管梁模型各构件的最大应力如表5所示。

表5 工况二各构件的应力(单位:MPa)

构件名称	上弦	下弦	腹杆
应力	-172.6	376.3	-44.3

从上表中可以看出:在1.5倍半跨水荷载作用下(工况二),上弦的最大应力为-172.9MPa,仍处在弹性范围内;下弦和腹杆的最大应力分别为382.3MPa和-44.3MPa,均远未达到材料的屈服强度。

#### 7.4.3 全跨荷载作用阶段

##### (1) 结构变形

各荷载工况下模型上弦的最大挠度分别如表6所示。从表中可以看出:在预应力和恒载共同作用下(工况二),上弦的跨中挠度为-0.07(向上),为跨度的1/98592,可见预应力的施加较好地控制了结构在工作状态下的变形;在标准荷载(工况三)和设计荷载(工况四)作用下,上弦的跨中挠度分别为1.66mm和8.38mm,为跨度的1/4217和1/835。

表6 各工况下的跨中挠度

荷载工况	跨中挠度/mm	跨中挠度/跨度
张拉+自重	-18.34	1/382
工况二	-0.07	1/98592
工况三	1.66	1/4217
工况四	8.38	1/835

##### (2) 构件应力

各荷载工况下预应力张弦式管梁模型的上弦、下弦和腹杆的应力如表7所示,从表中可以看出:在设计荷载和1.5倍设计荷载作用下,预应力张弦式管梁模型上弦的最大应力分别为-45.8MPa和-66.8MPa,均处于弹性范围内;在设计荷载作用下,预应力张弦式管梁模型的下弦应力为617.6Pa,应力比(下弦应力与其设计强度的比值)为0.37,可见较为充分地利用了下弦高强钢丝的材料强度;在设计荷载和1.5倍设计荷载作用下,预应力张弦式管梁模型腹杆的最大应力分别为-47.8MPa和-49.6MPa,均处于弹性范围内。

表7 各工况下的构件应力(单位:MPa)

荷载工况	上弦	下弦	腹杆
张拉+自重	-26.4	145.4	-18.1
工况二	-39.6	493.8	-46.8
工况三	-45.8	517.9	-47.8
工况四	-66.8	617.6	-49.6

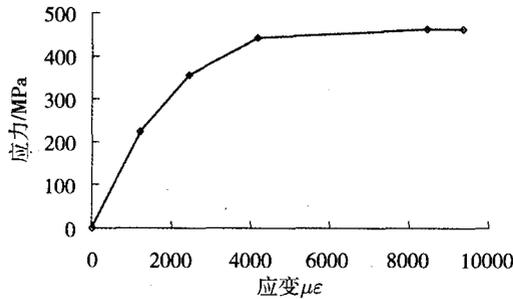
#### 7.4.4 稳定性与极限承载力

在预应力张拉阶段、正常使用阶段以及承载力极限阶段,预应力张弦式管梁模型均未出现任何形式的屈曲,结构的稳定性良好。

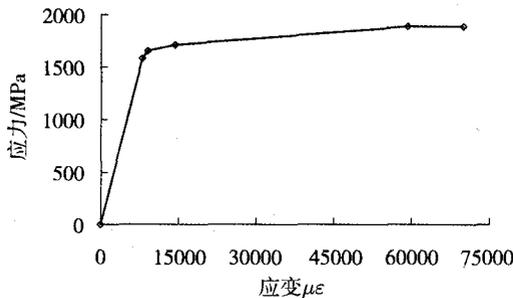
以预应力张弦式管梁模型构件材料的屈服作为结构达到承载力极限状态的标准。当各加载点荷载达到3.46kN时,上弦跨中上表面首先发生屈服;荷载达到3.72kN时,下弦高强钢丝发生屈服。上弦发生屈服时的荷载为荷载设计值的2.68倍,可见结构具有较大的安全储备。

#### 7.5 试验值与非线性有限元分析结果对比

非线性有限元分析中采用了根据材性试验结果简化而得出的多折线本构模型,如图14所示。分析中还同时考虑了由于大变形而引起的几何非线性。



(a) 上弦



(b) 下弦

图14 多折线本构关系

### 7.5.1 预应力张拉阶段

跨中反拱的试验值与理论值对比如图15所示。从图中可以看出：预应力张弦式管梁的跨中反拱与下弦应力的增长近似呈线性关系；跨中反拱的试验值与理论值吻合较好。

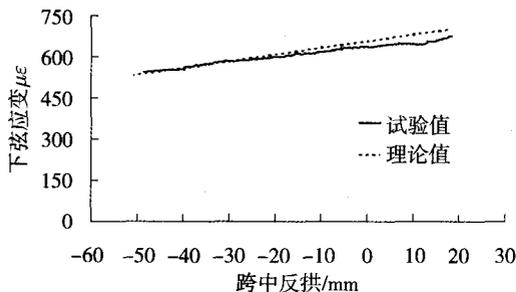


图15 预应力张拉阶段的跨中反拱

### 7.5.2 半跨加载阶段

#### (1) 结构变形

半跨加载阶段上弦的最大挠度如图16所示。从图中可以看出：半跨加载阶段上弦的最大挠度（发生在节点J7）与荷载基本呈线性关系；与全跨加载阶段（图19）对比可见，半跨荷载作用下结构的挠度增长较快；试验值与ANSYS计算值吻合良好。除节点J7以外，上弦其余各节点的挠度与荷载关系亦基本呈线性，限于篇幅，没有一一列出。

#### (2) 上弦和下弦应变

半跨加载阶段的上弦和下弦的应变情况分别如图17和图18所示。从图中可以看出：在半跨加

载过程中，上弦的最大应变和下弦应变与荷载均基本呈线性关系，可见预应力张弦式管梁仍处于线弹性工作状态，结构的强度是可靠的；与上弦最大挠度的变化规律相似，在半跨荷载作用下上弦的应变亦较全跨荷载作用时增长较快，可见在大跨度预应力张弦式管梁的设计计算中，半跨荷载作用是一个关键的、起到控制作用的荷载工况；试验值与理论值吻合良好。

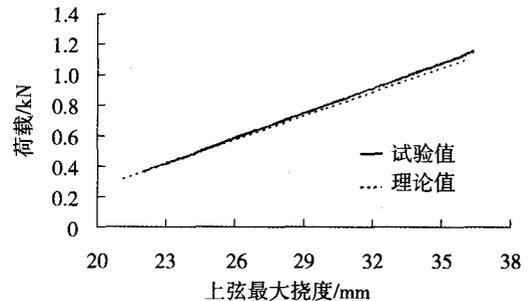


图16 半跨加载阶段的上弦最大挠度

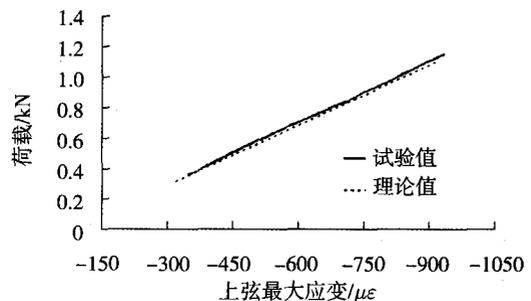


图17 半跨加载阶段的上弦最大应变

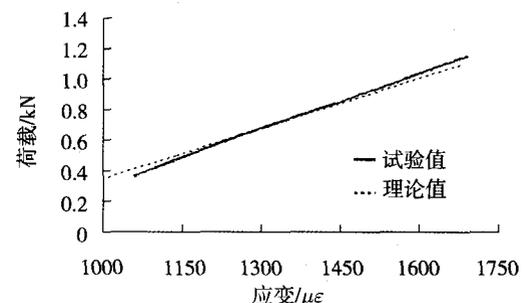


图18 半跨加载阶段的下弦应变

### 7.5.3 全跨加载阶段

#### (1) 结构变形

图19为全跨加载阶段结构的跨中挠度与各加载点荷载的关系。可见：当荷载小于3.46kN时，跨中挠度与荷载基本呈线性关系；当荷载超过3.46kN（此时上弦发生屈服）后，结构的刚度逐渐减小；当荷载达到3.72kN（下弦发生屈服）时，跨中挠度的增长非常迅速，可见结构已基本丧失了整体刚度；在弹性阶段和非线性阶

段, 试验值和ANSYS计算值均吻合良好。

## (2) 上弦和下弦应变

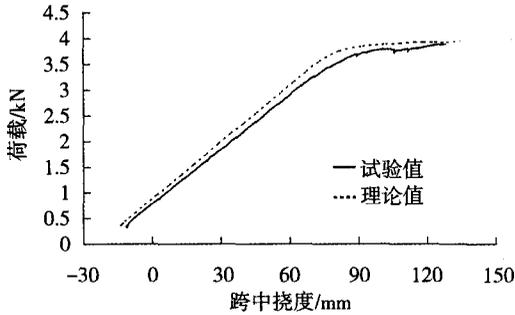


图19 全跨加载阶段的跨中挠度

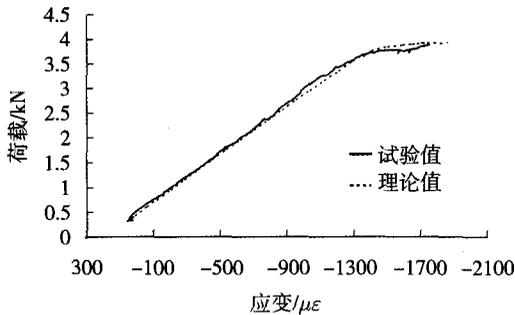


图20 全跨加载阶段的上弦最大应变

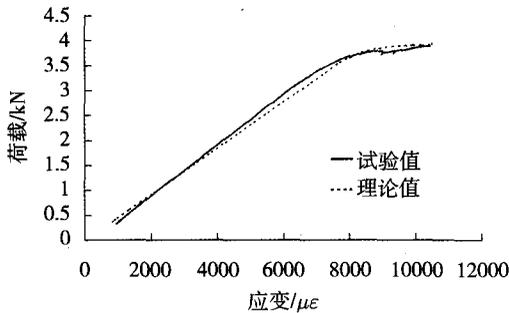


图21 全跨加载阶段的下弦应变

全跨加载过程中上弦和下弦应变情况分别如图20、图21所示。从图中可以看出: 当各加载点荷载小于3.46kN时, 上弦的最大应变和下弦应变与荷载均基本呈线性关系; 此后上弦发生屈服, 其应变增长速度明显加快, 而下弦仍处于弹性状态, 但由于上弦刚度的降低, 下弦应力加速增长, 应变的变化亦随之加快; 当荷载达到3.72kN时, 下弦也发生屈服, 此时上弦与下弦的应变增长均非常迅速, 结构已失去继续承载的能力; 在整个全跨加载过程中, 试验值与理论值均吻合良好。

## 8 基于能量法的弹性与塑性极限分析

基于瑞利-里兹法对预应力张弦式管梁进行了分析, 推导了结构在弹性阶段的结构变形与内力的实用计算公式以及结构的塑性极限荷载计算公式。

### 8.1 弹性阶段计算公式

#### (1) 荷载态

荷载态的结构计算简图如图22所示。结构变形与内力的计算公式如下:

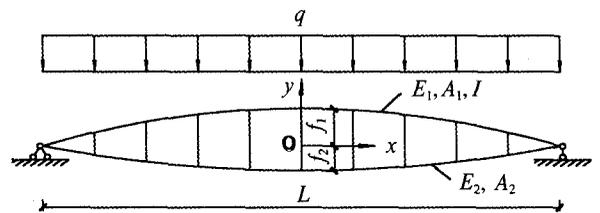


图22 荷载态计算简图

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= Eq \\ u_1 &= -\frac{h_8}{h_7} w_1 = -\frac{h_8}{h_7} Eq \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{2} (J_1 u_1 + J_2 w_1) \sec \theta = \frac{1}{2} (J_1 u_1 + J_2 w_1) \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 - x^2}} \\ N_2 &= \frac{1}{2} (K_1 u_1 + K_2 w_1) \sec \theta = \frac{1}{2} (K_1 u_1 + K_2 w_1) \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 - x^2}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$M = EI \frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{\pi^2 EI w_1}{L^2} \cos \frac{\pi x}{L} \quad (3)$$

其中:  $h_1 = h_8 = \frac{1}{2} J_1 J_2' + \frac{1}{2} J_2 J_1' + \frac{1}{2} K_1 K_2' + \frac{1}{2} K_2 K_1'$ ,  $h_2 = J_2 J_2' + \frac{\pi^4 E_1 I_1}{2L^3} + K_2 K_2'$

$h_3 = 2h_9 = J_1 J_3' + J_3 J_1' + K_1 K_3' + K_3 K_1'$ ,  $h_4 = \frac{3}{2} (J_2 J_3' + J_3 J_2' + K_2 K_3' + K_3 K_2')$

$$h_5 = 2(J_3 J_3' + K_3 K_3'), \quad h_6 = \frac{2qL}{\pi}, \quad h_7 = J_1 J_1' + K_1 K_1'$$

$$K_1 = \frac{2\pi R_2 E_2 A_2}{L^2} \left[ \sin \theta_0 - \left( \frac{\pi^2 R_2^2}{2L^2} + 1 \right) \frac{\sin^3 \theta_0}{3} + \left( \frac{\pi^4 R_2^4}{24L^4} + \frac{\pi^2 R_2^2}{2L^2} \right) \frac{\sin^5 \theta_0}{5} - \frac{\pi^4 R_2^4 \sin^7 \theta_0}{168L^4} \right]$$

$$K_2 = \frac{2\pi E_2 A_2}{R_2 L} \left[ -\frac{L}{\pi^2} + \frac{1}{2R_2^2} \left( \frac{3}{4\pi^2} - \frac{6}{\pi^4} \right) L^3 + \frac{1}{8R_2^4} \left( \frac{5}{16\pi^2} - \frac{15}{\pi^4} + \frac{120}{\pi^6} \right) L^5 \right]$$

$$K_3 = \frac{\pi^2 R_2 E_2 A_2}{L^3} \left[ \frac{(\pi^2 R_2^2 + L^2) \sin^3 \theta_0}{3L^2} + \left( \frac{\pi^4 R_2^4}{3L^4} + \frac{\pi^2 R_2^2}{L^2} \right) \frac{\sin^5 \theta_0}{5} + \left( \frac{\pi^6 R_2^6}{36L^6} + \frac{\pi^4 R_2^4}{3L^4} \right) \frac{\sin^7 \theta_0}{7} - \frac{\pi^6 R_2^6 \sin^9 \theta_0}{36L^6 \cdot 9} \right]$$

$$\theta_0 = \arcsin \frac{L}{2R_2}$$

$$K_1' = 2 + \frac{1}{2R_2^2} \left( \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \right) L^2 - \frac{3}{8R_2^4} \left( \frac{1}{8} - \frac{6}{\pi^2} + \frac{48}{\pi^4} \right) L^4$$

$$K_2' = \left( \frac{3}{2\pi} - \frac{12}{\pi^3} \right) \frac{L^3}{R_2^3} - \frac{2L}{\pi R_2}$$

$$K_3' = \frac{\pi^2}{4L} + \frac{\pi^2}{2R_2^2} \left( \frac{1}{48} + \frac{1}{8\pi^2} \right) L - \frac{3\pi^2}{8R_2^4} \left( \frac{1}{320} + \frac{1}{16\pi^2} - \frac{3}{8\pi^4} \right) L^3$$

$$J_1 = \frac{2\pi R_1 E_1 A_1}{L^2} \left[ \sin \theta_{B_0} - \left( \frac{\pi^2 R_1^2}{2L^2} + 1 \right) \frac{\sin^3 \theta_{B_0}}{3} + \left( \frac{\pi^4 R_1^4}{24L^4} + \frac{\pi^2 R_1^2}{2L^2} \right) \frac{\sin^5 \theta_{B_0}}{5} - \frac{\pi^4 R_1^4 \sin^7 \theta_{B_0}}{168L^4} \right]$$

$$J_2 = \frac{2\pi E_1 A_1}{R_1 L} \left[ \frac{L}{\pi^2} - \frac{1}{2R_1^2} \left( \frac{3}{4\pi^2} - \frac{6}{\pi^4} \right) L^3 - \frac{1}{8R_1^4} \left( \frac{5}{16\pi^2} - \frac{15}{\pi^4} + \frac{120}{\pi^6} \right) L^5 \right]$$

$$J_3 = \frac{\pi^2 R_1 E_1 A_1}{L^3} \left[ \frac{(\pi^2 R_1^2 + L^2) \sin^3 \theta_{B_0}}{3L^2} + \left( \frac{\pi^4 R_1^4}{3L^4} + \frac{\pi^2 R_1^2}{L^2} \right) \frac{\sin^5 \theta_{B_0}}{5} + \left( \frac{\pi^6 R_1^6}{36L^6} + \frac{\pi^4 R_1^4}{3L^4} \right) \frac{\sin^7 \theta_{B_0}}{7} - \frac{\pi^6 R_1^6 \sin^9 \theta_{B_0}}{36L^6 \cdot 9} \right]$$

$$\sin \theta_{B_0} = \frac{2L}{R_1}$$

$$J_1' = 2 + \frac{1}{2R_1^2} \left( \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \right) L^2 - \frac{3}{8R_1^4} \left( \frac{1}{8} - \frac{6}{\pi^2} + \frac{48}{\pi^4} \right) L^4; \quad J_2' = \frac{2L}{\pi R_1} - \left( \frac{3}{2\pi} - \frac{12}{\pi^3} \right) \frac{L^3}{R_1^3}$$

$$J_3' = \frac{\pi^2}{4L} + \frac{\pi^2}{2R_1^2} \left( \frac{1}{48} + \frac{1}{8\pi^2} \right) L - \frac{3\pi^2}{8R_1^4} \left( \frac{1}{320} + \frac{1}{16\pi^2} - \frac{3}{8\pi^4} \right) L^3$$

## (2) 张拉状态

将上弦分离出来作为研究对象, 而将下弦钢索的拉力H与腹杆的支撑力视为外力。其中, 腹

杆的支撑力可简化为一个向上的均布荷载  $q=2H\sin\theta_{B_0}/L$ ,  $\theta_{B_0}$  为H与水平方向的夹角。计算简图如图23所示。

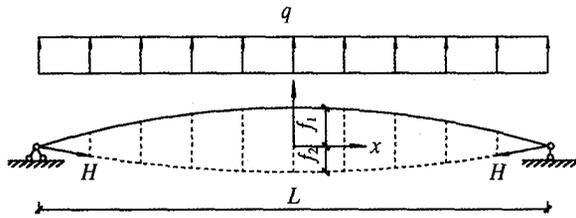


图23 预应力张拉阶段计算简图

张拉状态结构变形的计算公式如下:

$$\left. \begin{aligned} w_{10} &= E_0 H \\ u_{10} &= \left( \frac{\cos \theta_{B0}}{h_{70}} - \frac{h_{80}}{h_{70}} E_0 \right) H \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $E_0$  为张弦梁的等效竖向刚度,

$$k = \frac{L \left[ K_2 - \frac{J_1 J_2' + J_2 J_1' + K_1 K_2' + K_2 K_1'}{2(J_1 J_1' + K_1 K_1')} K_1 \right]}{\pi \left[ J_2 J_2' + \frac{\pi^4 E_1 I_1}{2L^3} + K_2 K_2' - \frac{(J_1 J_2' + J_2 J_1' + K_1 K_2' + K_2 K_1')^2}{4(J_1 J_1' + K_1 K_1')} \right]} \quad (6)$$

### 8.3 试验与有限元验证

采用本文公式对预应力张弦式管梁模型进行了分析,并与试验结果以及基于ANSYS的非线性有限元分析结果进行了对比。

表8和表9为采用本文方法得到的预应力张弦

$$E_0 = \frac{4 \sin \theta_{B0} - \frac{h_{10} \cos \theta_{B0}}{h_{70}}}{-\frac{h_{10} h_{80}}{h_{70}} + h_{20} + \frac{h_{100} h_{30}}{h_{70}}}$$

由于上弦在张拉过程中为静定结构,其内力可由平衡方程直接得出,不再赘述。

### 8.2 塑性极限荷载计算公式

预应力张弦梁的极限荷载:

$$q_u = \sigma_u A_2 / k \quad (5)$$

其中  $\sigma_u$  为下弦钢索的极限应力,比例系数  $k$  的计算可采用前文弹性分析的相关公式得出:

梁弹性状态以及塑性极限状态的解析解与试验值以及基于ANSYS的有限元计算值的对比情况。从表中可以看出,解析解与试验值以及有限元计算值均吻合较好,可见本文提出的预应力张弦梁在弹性阶段的变形与内力计算公式具有较高的精度。

表8 弹性阶段解析解与试验值以及有限元计算值的对比

结果对比	张拉状态			荷载态			
	张拉力 (kN)	跨中反拱 (mm)	荷载 (kN/m)	跨中挠度 (mm)	上弦轴力 (kN)	上弦弯矩 (kN·m)	下弦轴力 (kN)
解析解	2.76	17.95	1.40	-7.82	-9.35	0.07	9.49
试验值	2.76	18.34	1.40	-8.38	-9.90	0.08	9.95
ANSYS	2.76	17.70	1.40	-8.27	-9.73	0.08	9.75
解析解/试验值	—	0.98	—	0.93	0.94	0.88	0.95
解析解/ANSYS	—	1.01	—	0.95	0.96	0.88	0.97

表9 极限荷载的理论值与试验值以及有限元计算值的对比

理论值 (kN)	试验值 (kN)	ANSYS (kN)	理论值/试验值	理论值/ANSYS
4.19	3.89	4.23	1.08	0.99

## 9 结论

通过ANSYS有限元分析与1:15缩尺模型试验,进行了100m跨预应力张弦式管梁的优化设计研究,主要研究结论包括:

(1) 建立了预应力张弦式管梁的ANSYS有限元模型,提出了预应力的模拟与优化以及稳定

性分析的计算方法。其中,预应力的优化采取以控制结构在恒载和预应力共同作用下的挠度作为预应力优化设计的原则,采用一阶方法进行;稳定性分析采用特征值屈曲分析与非线性屈曲分析相结合的方法。

(2) 通过有限元参数分析,得到了预应力

张弦式管梁的优化设计方案。参数分析结果表明,矢跨比、垂跨比以及上、下弦截面是张弦式管梁设计中的关键参数。其中,适当增大矢跨比和垂跨比有利于改善结构的受力性能;上弦截面的增大可以减小上弦的应力,但对下弦应力和结构刚度的改善作用不明显;下弦截面的增大有利于增大结构刚度、减小下弦应力,但对上弦应力影响不大;腹杆布置和截面的变化对结构受力性能的影响较小。

(3) 非线性稳定性分析表明:张弦式管梁对平面内的几何缺陷较不敏感,其屈曲模态均发生在平面外;通过合理地设置侧向支撑,可以保证张弦式管梁的平面外稳定。

(4) 进行了预应力张弦式管梁优化设计方案的1:15缩尺模型试验,试验结果表明:预应力张拉过程中,结构的跨中反拱与下弦应力的增长近似呈线性关系;半跨荷载作用下的上弦挠度与应变的增长均较全跨荷载作用下快,可见半跨荷载作用是张弦式管梁设计计算中的一个关键的、起到控制作用的荷载工况。

(5) 试验结果与理论值的对比表明,本文采用的基于ANSYS的非线性有限元分析方法能较好地实现对大跨度预应力张弦式管梁在预应力张拉阶段、正常使用阶段与承载力极限阶段受力性能的模式。

(6) 基于能量变分原理推导了预应力张弦式管梁在弹性阶段的变形与内力计算公式以及极限承载力计算公式。并将本文公式得出的解析解与试验值以及采用ANSYS得出的有限元解进行了对比,三者吻合较好。

#### 参考文献

[1] AISC. (2001). Load and resistance factor design specification for structural steel buildings. 3rd ed. Chicago (IL): American Institute of Steel Construction.

[2] AISC. (2005). Code for standard practice for steel buildings and bridges. Chicago (IL): American Institute of Steel Construction.

[3] AWA. (1987). AWA manual M11. American Water Works Association, Denver, USA

[4] Thomas R Buxton-Smith. (2007). "Brunel's royal albert bridge, the tamar rail river crossing" Proc., Proceedings of Bridge Engineering 2 Conference, 2007, University of Bath, Bath,

UK.

- [5] 陈以一,汪大绥,等.上海浦东国际机场候机楼R2钢屋架足尺试验研究[J].建筑结构学报.1999, 20(2):9-17.
- [6] Bernardo Horowitz, Simone P. de Sa Barreto. (2006). "Nonlinear analysis of a prestressed steel pipeline crossing." J. Engineering Structures, (28), 390-398.
- [7] Osamu Hosozawa, Kouhei Shimamura, Taro Mizutani. (1999). "The role of cables in large span spatial structures: introduction of recent space structures with cables in Japan." J. Engineering Structures, 21(8), 795-804
- [8] Guoqiang Li, Zuyan Shen, Xiang Ding, Xiangming Zhou, Yiyi Chen, Fulin Zhang, Jian Zhou. (1999). "Shaking table experimental study on R2 steel roof model of Shanghai Pudong International Airport Terminal subjected to three dimensional earthquakes." J. Journal of Building Structures, 20(2), 18-27. (in Chinese)
- [9] Sheng Liu. (2007). "Studies on Design Theory and Construction Control of Prestressed Beam String Structures." Master's thesis, Dept. of Building Engineering, Tongji Univ. Shanghai, China
- [10] Saitoh Masao. (1988). "A study on structural planning of radial type beam string structures." Proc. Summaries of technical papers of annual meeting architectural institute of Japan, B 1, Architectural Institute of Japan, 1365-1366. (in Japanese)
- [11] Saitoh Masao, Okada Akira, Maejima Katsuo, Gohda Tetsuo. (1994). "Study on mechanical characteristics of a light-weight complex structure composed of a membrane and a beam string structure." Proc. Proceedings of the IASS-ASCE International Symposium 1994 on Spatial, Lattice and Tension Structures, 632-641
- [12] Saitoh Masao, Tosiya Kurasiro. (1985). "A study on structural behaviors of beam string structure." Proc., Summaries of technical papers of annual meeting architectural institute of Japan, B 1, Architectural Institute of Japan, 280-284. (in Japanese)
- [13] Saitoh Masao, Tohru Ohtake. (1988). "A Study on beam string structure with flat circular arch." Proc., Summaries of technical papers of annual meeting architectural institute of Japan, B 1, Architectural Institute of Japan, 1369-1374. (in Japanese)
- [14] Huang Mingxing. (2005). "Design and construction of large-span beam string structures." ShanDong Science and Technology Press, Shandong, China. (in Chinese)
- [15] Masao Saitoh, Akira Okasa. (1999). "The Role of String in Hybrid String Structure." J. Engineering Structures, 21(8), 756-769.
- [16] John A. Swanson. (2002). ANSYS User's Manual, Version 6. Analysis Systems, Inc., Canonsburg, Pennsylvania.