

环形张拉整体结构的研究和应用

袁行飞 彭张立 董石麟

(浙江大学空间结构研究中心 浙江杭州 310027)

摘要:张拉整体结构是一种由连续拉索和断续压杆构成的新型结构。有关正圆柱形张拉整体结构和球形张拉整体结构的研究已被广泛开展,但另一种基本的几何拓扑形态—环形张拉整体结构却很少受到关注。提出一种新型环形张拉整体结构,对其拓扑和找形问题进行研究,采用平衡矩阵法求解该结构的自应力模态和机构位移模态。通过在索穹顶结构中引入环形张拉整体圈梁,提出一种新型索穹顶,并对初始预应力分布和结构性能进行了分析。算例结果表明该新型索穹顶是一种刚度较好且完全自支承自平衡的张拉整体结构。此研究丰富了现有张拉整体结构形式及其应用。

关键词:正圆柱形张拉整体结构 球形张拉整体结构 环形张拉整体结构 找形 索穹顶

引言

张拉整体结构(Tensegrity)是一种由连续拉索和断续压杆构成的新型空间结构,最先由美国建筑师Fuller^[1]提出。自Snelson在1948年制作了第一个张拉整体模型以来,在过去的60年里,学者们对各种不同的张拉整体结构进行了广泛研究,如正圆柱形张拉整体结构和球形张拉整体结构^[2-3]。但是作为另一种基本的几何拓扑形态—环形张拉整体结构却很少受到学者和工程师们的关注。

本文提出了一种新型环形张拉整体结构,并对其拓扑和找形进行了研究,采用平衡矩阵方法求解了环形张拉整体结构的自应力模态和机构位移模态。通过在索穹顶中引入张拉整体环梁,提出了一种完全张拉整体式、且自支承自平衡的新型索穹顶体系。结构分析表明该体系具有较好的刚度,可用于实际工程。本文的研究在拓宽现有张拉整体结构形式及其应用方面进行了探索。

1 环形张拉整体结构的拓扑

环形张拉整体结构的拓扑可通过在环向组合张拉整体棱柱得到。如组成单体数目为 n ,每个单体中压杆数目为 m ,则该环形张拉整体结构可标记为 $T(m-n)$, T 为Torus的首字母。

图1简单地给出了 $T(4-3)$ 型环形张拉整体模型的形成过程。图中粗线代表压杆,细线代表索,虚线代表附加索。

本文获第三届欧维姆优秀预应力论文奖二等奖(原载《土木工程学报》2008.No.5)

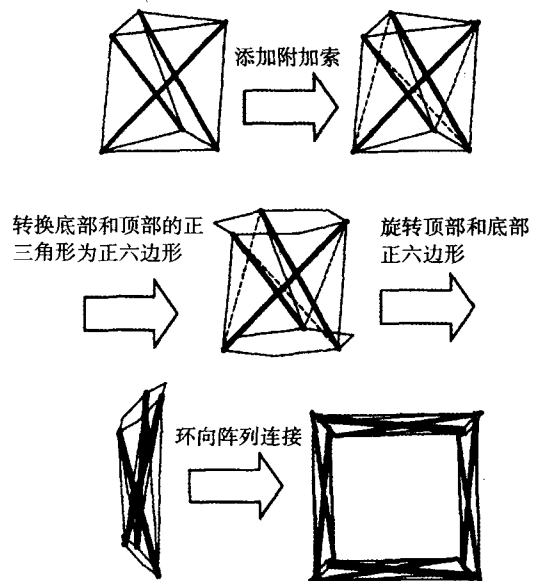


图1 $T(4-3)$ 型张拉整体模型的形成过程

利用Maxwell数 M_x 可对桁架结构进行分类:

$$M_x = n_E - n_V \quad (1)$$

其中 n_E 为单元数目, n_V 为自由度数目, $n_V = 3n_N - n_C$, n_N 为节点数, n_C 为约束数。当 $M_x > 0$ 时,桁架结构有多余约束,桁架超静定;当 $M_x = 0$ 时,桁架静定;当 $M_x < 0$ 时,桁架为动不定。对于 $M_x \leq 0$ 的情况,Maxwell注意到有些结构表现出内部刚度,比如刚度是基于—阶预应力的,而非基于材料。

为计算环形张拉整体模型的Maxwell数,必须知道节点数、压杆数和索数。通过图2所示的拓扑连接图^[4],可以得出环形张拉整体模型中

的总单元数为 $5mn$ ，总节点数为 $2mn$ ，Maxwell数 $M_x = 6 - mn < 0$ ($m \geq 3, n \geq 4$)，这表明环形张拉整体模型是一种动不定结构^[5]。

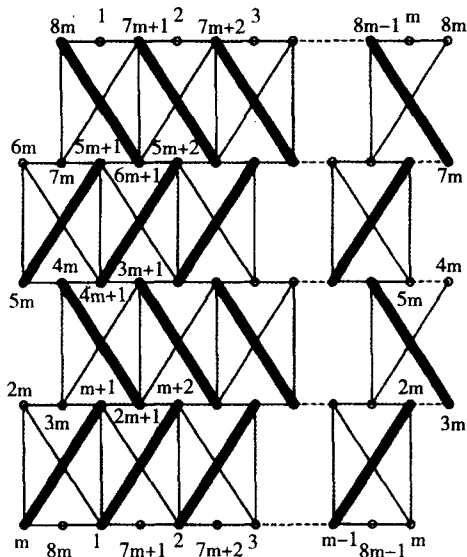


图2 环形张拉整体结构连接图

2 环形张拉整体结构的找形分析

环形张拉整体结构的找形分析过程可归纳如下：

(1) 给定初始扭转角 θ ，建立平衡矩阵A。

(2) 通过对平衡矩阵进行奇异值分解获得自应力模态和机构位移模态^[6]。

(3) 判断是否存在杆受压、索受拉的可行预应力模态。如果可行预应力模态不存在，重新设定扭转角 θ 进行计算。

(4) 如果存在合理的可行预应力模态，则进一步分析环形张拉整体结构的几何稳定性。几何稳定性的分析可以参考Pellegrino提出的几何力方法^[5-6]。

下面以T(4-3)型环形张拉整体结构为例，进行结构找形分析。图3为T(4-3)型环形张拉整体结构的连接图。在该结构中，节点总数为24，总自由度为72，单元总数为60，其中有12根压杆、24根鞍索、12根垂直索和12根附加索。 $M_x = 6 - mn < 0$ 。表明此结构是一个欠约束的结构，即一动不定的结构，而非通常的静定或超静定结构。

由于环向对称性，取两个相邻的单体进行找形分析。设圆环外圈半径和内圈半径的平均值为 R_1 ，环形张拉整体中各个正多边形截面的外接圆半径为 r ，扭转角为 θ ，单体相对的圆心角 $\alpha = 2\pi/n$ 。

2.1 节点坐标

如图3所示，对于T(4-3)环形张拉整体结构，每两个单体有12个节点，编号为1~12。若取 $\theta = \pi/3$ ， $\alpha = \pi/2$ ，可得编号1~6的节点坐标如下：

$$\begin{aligned} x_1 &= R_1 + r & y_1 &= 0 & z_1 &= 0 \\ x_2 &= R_1 - r/2 & y_2 &= 0 & z_2 &= \sqrt{3}r/2 \\ x_3 &= R_1 - r/2 & y_3 &= 0 & z_3 &= -\sqrt{3}r/2 \\ x_4 &= 0 & y_4 &= R_1 + r/2 & z_4 &= \sqrt{3}r/2 \\ x_5 &= 0 & y_5 &= R_1 - r & z_5 &= 0 \\ x_6 &= 0 & y_6 &= R_1 + r/2 & z_6 &= -\sqrt{3}r/2 \end{aligned}$$

其他节点的坐标可以通过旋转变换得到。

2.2 自应力模态

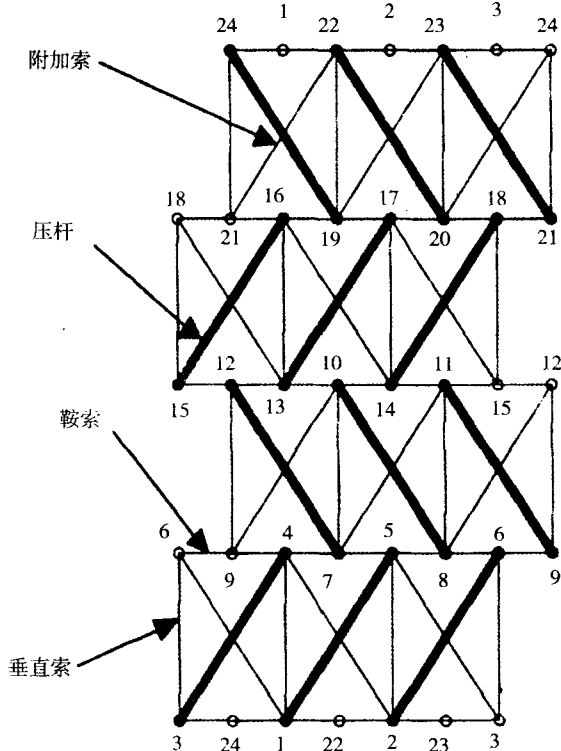
如图3所示，T(4-3)型环形张拉整体结构每个单体有36个单元，编号为1~30和37~42。两个单体的平衡矩阵A为 36×36 。当 $\theta = \pi/3$ 时，可得矩阵A的秩为34，存在两个独立的自应力模态 t_1 和 t_2 。通过组合两个独立的自应力模态，可得结构自应力模态 t_0 的一般表达式如下：

$$t_0 = c_1 t_1 + c_2 t_2 \quad (2)$$

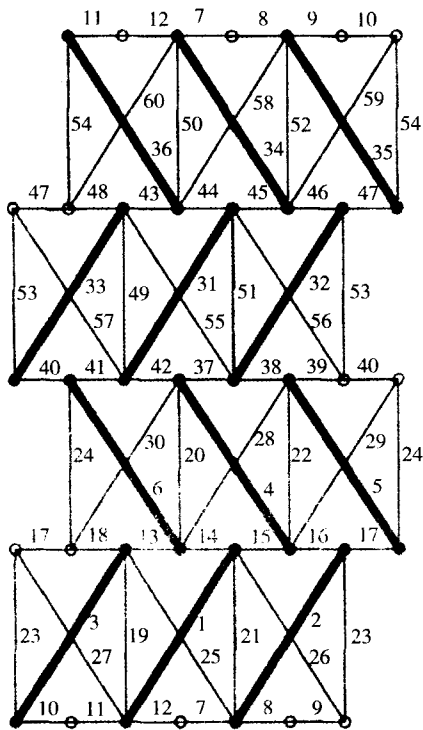
如取 $R_1 = 3m$ ， $r = 0.5m$ ， $c_1 = 0$ ， $c_2 = 1$ 则有：

$$t_0^T = \begin{bmatrix} -1.0000 & -1.0000 & -1.0000 & -1.0000 \\ -1.0000 & -1.0000 & 1.2098 & 1.7273 \\ 1.0000 & 1.7692 & 1.3956 & 1.8352 \\ 1.2098 & 1.7273 & 1.0000 & 1.7692 \\ 1.3956 & 1.8352 & 0.1648 & 0.7902 \\ 0.2727 & 1.0000 & 0.2308 & 0.6044 \\ 0.7902 & 1.0000 & 0.6044 & 0.2727 \\ 0.2308 & 0.1648 & 1.2098 & 1.7273 \\ 1.0000 & 1.7692 & 1.3956 & 1.8352 \end{bmatrix}$$

上述自应力模态满足索受拉、杆受压条件，是一种可行自应力模态。



(a) 节点编号

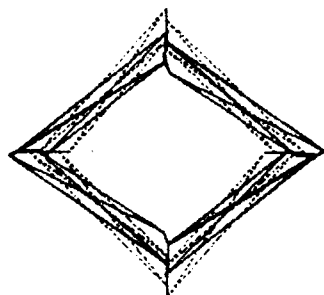


(b) 单元编号

图3 T(4-3)型环形张拉整体结构的拓扑连接图

2.3 机构位移模态

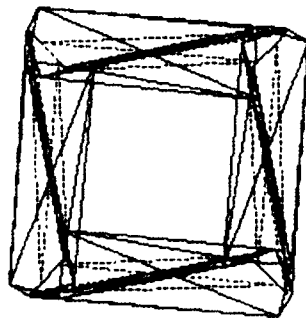
内部机构位移模态可通过整体结构平衡矩阵 A_1 的奇异值分解得到。对于T(4-3)型环形张拉整体结构,总体结构平衡矩阵 A_1 的维数为 72×60 ,它的秩为58。内部机构位移模态数 $d_{in}=72-58-6=8$,前3阶内部机构位移模态如图4所示。第一种模态为沿水平方向的类似于平面四连杆机构的运动,而第二种模态为以对角线为轴线的竖向机构运动,第三种模态为单体的扩展。



(a) 模态一



(b) 模态二



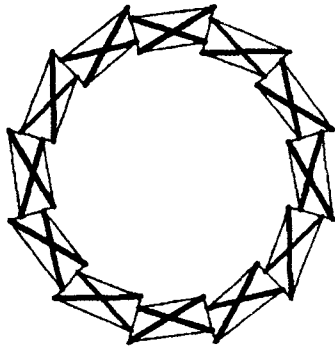
(c) 模态三

图4 T(4-3)型张拉整体结构的机构位移模态

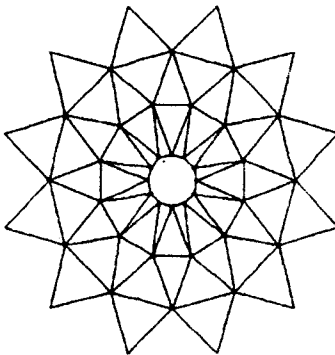
3 环形张拉整体结构作环梁的新型索穹顶结构

索穹顶结构是由拉索和压杆组成的自应力空间结构体系,最早由Geiger^[7]提出并应用在汉城奥运会的体操馆和击剑馆。由于该结构体系具有受力合理、自重轻、跨度大、形式美观、结构效率高等特点,索穹顶结构成为国内外学术界、工程界关注的热点^[8-9]。现有的索穹顶结构大多

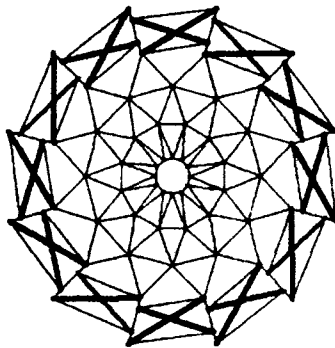
支承于钢筋混凝土圈梁或环形钢桁架，所以从严格意义上说不属于张拉整体的范畴。如果把环形张拉整体结构作为环梁引入索穹顶结构，则可以得到如图5所示的真正意义上的张拉整体索穹顶结构。



(a) 环形张拉整体结构



(b) Levy索穹顶



(c) 新型索穹顶

图5 新型张拉整体索穹顶

图6所示为一布置三道环索，环向十二等分，外径50m的新型Levy型索穹顶。索穹顶中压杆和索截面面积分别为0.05m²和0.005m²。张拉整体环梁为12等分，内径42m，外径58m，截面正

多边形外接圆的半径为4m。环梁中压杆和索的截面面积分别为0.1m²和0.01m²。压杆和索的屈服应力分别为345MPa和1860MPa，杨氏模量分别为 2×10^{11} N/m²和 1.85×10^{11} N/m²。为保证一定的安全度，整个体系中索的最大允许预应力为639MPa。

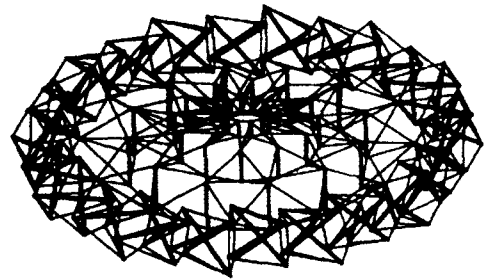


图6 新型索穹顶结构三维图

由第二节的找形方法可得环形张拉整体结构的预应力模态如下：

$$t_c^T = \begin{bmatrix} -0.1266 & -0.1275 & -0.1275 & -0.1275 \\ -0.1266 & -0.1275 & 0.0501 & 0.0460 \\ 0.0460 & 0.0501 & 0.0541 & 0.0541 \\ 0.0501 & 0.0460 & 0.0460 & 0.0501 \\ 0.0541 & 0.0541 & 0.0491 & 0.0578 \\ 0.0639 & 0.0639 & 0.0578 & 0.0491 \\ 0.0578 & 0.0639 & 0.0491 & 0.0639 \\ 0.0578 & 0.0491 & & \end{bmatrix}$$

由二次奇异值分解法^[10]可得索穹顶的预应力模态如下：

$$t_c^T = \begin{bmatrix} -0.00481 & -0.01444 & -0.03250 & -0.05798 \\ -0.08787 & 0.13402 & 0.02929 & 0.04568 \\ 0.07268 & 0.05581 & 0.08372 & 0.12558 \\ 0.11163 & & & \end{bmatrix}$$

对于这两组自应力模态，可以根据索穹顶和环形张拉整体中索的最大容许应力给出所有构件的初始应力，如表1所示，其中1~30组代表环形张拉整体结构的预应力，31~43组代表索穹顶的预应力。

非线性计算后最大的位移为0.02186m。重新分配后初始预应力如表2所示。

表1 新型张拉整体索穹顶的初始预应力

组号	预应力 (Pa)	组号	预应力 (Pa)
1	-1.27E+08	23	5.78E+08
2	-1.28E+08	24	4.91E+08
3	-1.28E+08	25	5.78E+08
4	-1.28E+08	26	6.39E+08
5	-1.27E+08	27	4.91E+08
6	-1.28E+08	28	6.39E+08
7	5.01E+08	29	5.78E+08
8	4.60E+08	30	4.91E+08
9	4.60E+08	31	-9.18E+05
10	5.01E+08	32	-3.06E+06
11	5.41E+08	33	-8.22E+06
12	5.41E+08	34	5.67E+07
13	5.01E+08	35	1.04E+08
14	4.60E+08	36	2.12E+08
15	4.60E+08	37	2.86E+07
16	5.01E+08	38	5.37E+07
17	5.41E+08	39	1.12E+08
18	5.41E+08	40	1.01E+08
19	4.91E+08	41	1.62E+08
20	5.78E+08	42	2.80E+08
21	6.39E+08	43	2.02E+08
22	6.39E+08		

表2 新型索穹顶第一次协同找形后的应力

组号	预应力 (Pa)	组号	预应力 (Pa)
1	-1.26E+08	23	5.81E+08
2	-1.28E+08	24	4.86E+08
3	-1.28E+08	25	5.81E+08
4	-1.28E+08	26	6.33E+08
5	-1.26E+08	27	4.86E+08
6	-1.28E+08	28	6.33E+08
7	5.03E+08	29	5.81E+08
8	4.66E+08	30	4.85E+08
9	4.67E+08	31	-1.21E+05
10	5.03E+08	32	-4.08E+05
11	5.44E+08	33	-1.10E+06
12	5.44E+08	34	7.53E+06
13	5.03E+08	35	1.38E+07
14	4.66E+08	36	2.81E+07
15	4.67E+08	37	3.76E+06
16	5.03E+08	38	7.17E+06
17	5.44E+08	39	1.50E+07
18	5.44E+08	40	1.32E+07
19	4.85E+08	41	2.17E+07
20	5.81E+08	42	3.77E+07
21	6.33E+08	43	2.71E+07
22	6.33E+08		

如不修正几何形状,直接将第一次协同找形得到的内力作为初始预应力模态进行迭代计算,可得最大的位移为0.001308m,此时环梁中索内力和索穹顶中索内力相差较大。如果继续迭代,会发现索穹顶中预应力将逐渐趋向于零。因为环形张拉整体结构是一个完全自平衡的体系,只有索穹顶中杆件内力为零时,与环梁连接节点处合力才为零。显然这种预应力分布在实际工程中是不可行的。

因此本文以第一次协同找形后得到的预应力分布和几何外形作为新型索穹顶的初始预应力分布和外形,进行结构性能分析。

新型索穹顶结构作用竖向均布荷载 0.5kN/m^2 。张拉整体环底部节点竖向约束。另外局部节点增加平动、转动约束。经ANSYS分析得节点最大竖向位移 $0.167\text{m} \approx \frac{1}{300}50\text{m}$,满足规范的要求,说明这种新型结构体系刚度较好。

采用ANSYS对新型索穹顶模态进行分析,发现环形张拉整体结构作为环梁的新型索穹顶结构频率比较密集。从第1阶模态到第13阶模态都是索穹顶内环索杆局部振动,而从第14阶模态($f=3.41\text{Hz}$)开始,新型体系的振型转变成整体的振动,说明该结构体系刚度较好。

4 结论

本文提出了一种新型环形张拉整体结构,并对其拓扑和找形问题进行了详细的分析,根据平衡矩阵理论,得出了环形张拉整体结构的自应力模态和机构位移模态。

作为张拉整体结构的应用,提出了一种以环形张拉整体结构作为环梁的新型索穹顶体系,经机构判定为一可行体系,是真正意义上自平衡自支承的张拉整体结构。采用非线性有限元方法对整体结构进行协同找形,确定结构初始预应力和外形,并进行了结构静、动力性能分析,算例结果表明该结构具有较好的刚度,能应用于实际工程。

(下转第40页)

参考文献

- [1] Schupack M. A survey of the durability performance of post-tensioning tendons[J]. ACI Journal, 1978, 75(10): 501-510
- [2] Schupack M, Suarez M G. Some recent corrosion embrittlement failures of prestressing systems in the United States[J]. PCI Journal, 1982, 27(2): 38-55
- [3] Walter Podolny Jr. Corrosion of prestressing steels and its mitigation [J]. PCI Journal, 1992(5): 34-55
- [4] 涂永明, 吕志涛. 应力状态下混凝土结构的盐雾侵蚀试验研究[J]. 工业建筑, 2004, 34(5): 1-3
TU Y M, LV Z T. The experimental research on prestressed concrete structure under salt fog corrosion environment[J]. Industrial Construction, 2004, 34(5): 1-3
- [5] 涂永明, 吕志涛. 预应力混凝土试件碳化试验及碳化深度预测模型研究[J]. 工业建筑, 2006, 36(1): 47-50
TU Y M, LV Z T. Research on experiment of prestressed concrete structures in carbonation environment and the prediction mode of carbonation depth[J]. Industrial Construction, 2006, 36(5): 47-50
- [6] 杨宗放, 方先和. 现代预应力混凝土施工[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993
YANG Z F, FANG X H. Construction of Modern Prestressed Concrete[M]. Beijing: China Construction Industrial Publisher, 1993
- [7] 蔡跃, 黄鼎业, 熊学玉. 影响预应力混凝土结构耐久性的因素和对策[J]. 建筑技术, 2003, 34(5): 353-354
CAI Y, HUANG D Y, XIONG X Y. Factors affecting durability of prestress concrete and solution[J]. Architecture Technology, 2003, 34(5): 353-354
- [8] 刘立军, 王树义, 朱龙. 预应力钢材的腐蚀与防护[J]. 金属制品, 2004, 30(2): 7-10
LIU L J, WANG S Y, ZHU L. Corrosion and defence of PC steel products[J]. Steel Wire Products, 2004, 30(2): 7-10
- [9] Toribio J. Hydrogen embrittlement of prestressing steels: the concept of effective stress in design[J]. Materials & Design, 1997, 18: 81-85
- [10] Toribio J. Role of crack-tip residual stresses in stress corrosion behaviour of prestressing steel[J]. Construction and Building Materials, 1998, 12: 283-287
- [11] Schroeder R M, Müller I L. Stress corrosion cracking and hydrogen embrittlement susceptibility of an eutectoid steel employed in prestressed concrete[J]. Corrosion Science, 2003, 45: 1969-1983
- [12] Proverbio E, Longo P. Failure mechanisms of high strength steels in bicarbonate solutions under anodic polarization[J]. Corrosion Science, 2003, 45: 2017-2030
- [13] Vehovar L, Kuhar V, Vehovar A. hydrogen-assisted stress-corrosion of prestressing wires in a motoway viaduct[J]. Engineering Failure Analysis, 1998, 5(1): 21-27
- [14] Valiente A. Stress corrosion failure of large diameter pressure pipelines of prestressed concrete[J]. Engineering Failure Analysis, 2001, 8: 245-261
- [15] 王福川, 官来贵. 建筑工程材料[M]. 北京: 科学技术文献出版社, 1992
WANG F C, GUAN L G. Material of civil engineering[M]. Beijing: Scientific and Technical Literature Publisher, 1992
- [16] 洪定海. 混凝土中钢筋的腐蚀与保护[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1998
HONG D H. Corrosion and protection of steel bars in concrete [M]. Beijing: China Railway Publisher, 1998
- [17] 汪鹰. 缓蚀剂对钢筋腐蚀的抑制及其机理的研究[D]. 南京: 南京化工大学, 1997
WANG Y. Research on restrainability of steel bar's corrosion with inhibitor and the mechanism[D]. Nanjing: Nanjing University of Chemical Engineering, 1997
- [18] 孙跃, 胡津. 金属腐蚀与控制[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003
SUN Y, HU J. Metal Corrosion and the Control[M]. Haerbin: Harbin Institute of technology Publisher, 2003
- [19] 樊云昌, 曹兴国, 陈怀荣. 混凝土中钢筋腐蚀的防护与修复[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2001
FAN Y C, CAO X G, CHEN H R. Corrosion protection and repair of steel bars in concrete[M]. Beijing: China Railway Publisher, 2001
- [20] 耿欧, 袁迎曙, 李富民等. 混凝土中变形与光圆钢筋腐蚀速率试验研究[J]. 中国矿业大学学报, 2006, 35(4): 488-491
GENG O, YUAN Y S, LI F M, et al. Experimental study on corrosion rates of deformed and plain bars in concrete[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2006, 35(4): 488-491

(上接第34页)

参考文献

- [1] Fuller R B. Tensile-integrity structures: U.S., 3063521[P]. 1962-11-13
- [2] Nishimura Y. Static and dynamic analyses of tensegrity structures [D]. San Diego: University of California, 2000
- [3] Sultan C. Modeling, design, and control of tensegrity structures with applications[D]. West Lafayette: Purdue University, 1999
- [4] Pugh A. An Introduction to Tensegrity[M]. Berkeley: University of California Press, 1976
- [5] Pellegrino S, Calladine C R. Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks [J]. International Journal of Solids and Structures, 1986, 22 (4): 409-428
- [6] Pellegrino S. Structural computations with the singular value decomposition of the equilibrium matrix[J]. International Journal of Solids and Structures, 1993, 30 (21): 3025-3035
- [7] Geiger D H, Stenfaniuk A, Chen D. The design and construction of two cable domes for the Korean Olympics[C]/Proc. IASS-ASCE, Osaka: [s.n.], 1986, 2: 265-272
- [8] Levy M P. The Georgia dome and beyond achieving light weight-long span structures[C]/Proc. IASS-ASCE, Atlanta: [s.n.], 1994: 560-562
- [9] Yuan Xingfei, Dong Shilin. Nonlinear analysis and optimum design of cable domes[J]. Engineering Structures, 2002, 24 (7): 965-977
- [10] 袁行飞, 董石麟. 索穹顶结构的新形式及其初始预应力确定[J]. 工程力学, 2005, 22 (2): 22-26 (Yuan Xingfei, Dong Shilin. New forms and initial prestress calculation of cable domes[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22 (2): 22-26 (in Chinese))