

无粘结部分预应力混凝土梁的延性分析

杜进生¹ 区达光² 张佑启² 关国雄²

(1 北京交通大学土建学院 北京 100044 2 香港大学土木工程系 薄扶林道 香港岛)

摘要:本文建立了基于增量变形的既适用于有粘结部分预应力混凝土梁亦适用于无粘结部分预应力混凝土梁受力全过程数值分析方法。本文的方法能够模拟构件达到其峰值承载能力后下降段的性能,并可考虑非预应力钢筋及混凝土由于结构进入承载能力下降段引起的卸载而导致的材料应力应变关系的变化情况。利用本文所建立的方法,研究了不同加载方式、跨高比、综合配筋指标(CRI)、部分预应力比率、混凝土抗压强度等对无粘结部分预应力混凝土梁延性性能的影响。研究表明,无粘结部分预应力混凝土梁的曲率延性系数随综合配筋指标(CRI)的增加而减小。对于某个给定的综合配筋指标(CRI),对比分析了有粘结和无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数差异情况。分析表明,综合配筋指标(CRI)在0.15~0.20之间时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数与相应的有粘结预应力混凝土梁的接近;当综合配筋指标(CRI)大于0.20时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数大于相应的有粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数;当综合配筋指标(CRI)小于0.15时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数小于相应的有粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数。

关键词:部分预应力 全过程分析 混凝土梁 无粘结筋 曲率延性系数。

1 前言

部分预应力通常指仅有部分工作荷载被所施加的反向预应力所平衡或抵消,部分预应力混凝土结构是介于全预应力混凝土结构和普通钢筋混凝土结构之间的预应力混凝土结构。与全预应力相比,采用部分预应力可以提高结构的延性和反复荷载作用下结构的能量耗散能力,减小由预应力引起的反拱及徐变变形。部分预应力混凝土结构中,预应力筋在某些情况下采用无粘结筋,有利于简化施工、节约资金、加快施工进度;另外,无粘结预应力技术也是一种常用和比较有效的既有结构的加固方法。与有粘结预应力混凝土结构相比,分析无粘结预应力混凝土结构的最大困难在于,荷载作用下由于预应力筋与混凝土之间可以发生滑动,预应力筋应力增量不能由单个截面的应变相容来确定,而与整个结构的变形有关。目前,针对无粘结部分预应力混凝土梁的抗弯强度问题,已有不少研究;但针对无粘结部分预应力混凝土梁的延性问题,目前的研究仍然非常有限。本文建立的基于增量变形的既适用于有粘结部分预应力混凝土梁亦适用于无粘结部分预应力混凝土梁受力全过程数值分析方法,可以对外荷载作用下有粘结或无粘结预应力筋的应力变

化,有粘结或无粘结部分预应力混凝土梁的抗弯强度及其延性性能进行较合理而精确的分析和评估。

2 曲率延性系数

本文采用构件跨中截面的曲率延性系数 μ_ϕ 来评价构件的延性性能,曲率延性系数 μ_ϕ 为极限曲率 ϕ_μ 与屈服曲率 ϕ_y 之比。极限曲率 ϕ_μ 、屈服曲率 ϕ_y 的具体取值按照新西兰Park教授建议的方法来取(如图1所示^[1])。

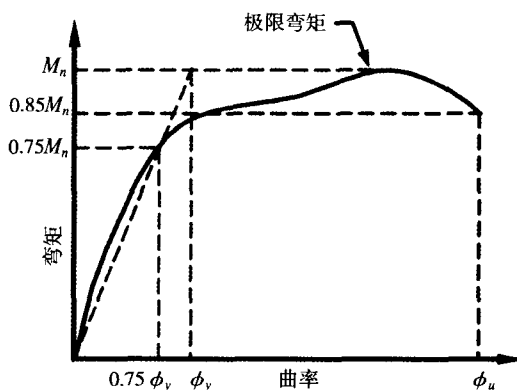


图1 屈服曲率 ϕ_y 和极限曲率 ϕ_μ 的定义

$$\mu_\phi = \phi_\mu / \phi_y \quad (1)$$

3 数值分析

3.1 数值模型及材料特性

本文采用增量变形方法来分析无粘结部分预应力混凝土构件的非线性反应^[2]。另外本文的分

本文获第三届欧维姆优秀预应力论文奖一等奖(原载国际期刊 Engineering Structures 2008年第30卷第1期, 本文是翻译后的文章)

析模型能够模拟构件达到其峰值承载能力后下降段的性能,并可考虑非预应力钢筋及混凝土由于结构进入承载能力下降段引起的卸载而导致的材料应力应变关系的变化情况。数值计算中,材料的本构关系采用解析模型,在每一加载步长中,为满足变形协调及内力平衡,需进行多重迭代。

数值分析中,采用的假定有:(1)平截面假定;(2)预应力筋、非预应力筋及混凝土的应力应变关系是已知的;(3)不计混凝土开裂后的抗拉强度;(4)忽略不计无粘结预应力筋和混凝土之间的摩擦力;(5)构件具有足够的抗剪强度,不会发生剪切失效。

受压混凝土的应力应变关系采用Attard 和 Setunge 建议^[3]的并已证明适用于混凝土抗压强度 30~130MPa 的表达式。该表达式包括混凝土的弹性模量 E_c , 混凝土的圆柱体抗压强度 f'_c , 峰值应力对应的应变 ε_{co} , 应力应变曲线下降段反弯点处的应力 f_{ci} 和应变 ε_{ci} 。具体的混凝土应力 σ_c 和应变 ε_c 的表达式为:

$$\frac{\sigma_c}{f'_c} = \frac{A(\varepsilon_c/\varepsilon_{co}) + B(\varepsilon_c/\varepsilon_{co})^2}{1 + (A-2)(\varepsilon_c/\varepsilon_{co}) + (B+1)(\varepsilon_c/\varepsilon_{co})^2} \quad (2a)$$

关于式中的参数 A 和 B 的关系式, Attard 和 Steward^[4] 给出如下:

(a) 在应力应变曲线的上升段:

$$A = \frac{E_c \varepsilon_{co}}{f'_c} \quad (2b)$$

$$B = \frac{(A-1)^2}{0.55} - 1 \quad (2c)$$

(b) 在应力应变曲线的下降段:

$$A = \frac{f_{ci}(\varepsilon_{ci} - \varepsilon_{co})^2}{\varepsilon_{co} \varepsilon_{ci} (f_c - f_{ci})} \quad (2d)$$

$$B = 0 \quad (2e)$$

在以上各式中, E_c , ε_{co} , f_{ci} 及 ε_{ci} 的值由下列各式确定:

$$E_c = 4370 (f'_c)^{0.52} \quad (2f)$$

$$\varepsilon_{co} = 4.11 (f'_c)^{0.75} / E_c \quad (2g)$$

$$f_{ci} / f'_c = 1.41 - 0.17 \ln (f'_c) \quad (2h)$$

$$\varepsilon_{ci} / \varepsilon_c = 2.50 - 0.30 \ln (f'_c) \quad (2i)$$

式中, E_c 和 f'_c 的单位为 MPa, 而 ε_{co} 为无量纲。

受拉混凝土的应力应变关系为直线,直线的斜率与相应受压混凝土的弹性模量相同。混凝土开裂后的拉应力忽略不计。卸载时混凝土的应力应变关系采用 Bahn 和 Hsu 建议^[5]的公式:

$$\frac{\sigma_{unlo}}{f'_c} = 0.95 \frac{\sigma_c}{f'_c} \left(\frac{\varepsilon_{unlo} / \varepsilon_{co} - \varepsilon_{cp} / \varepsilon_{co}}{\varepsilon_c / \varepsilon_{co} - \varepsilon_{cp} / \varepsilon_{co}} \right)^{1 + \sqrt{\varepsilon_{cp} / \varepsilon_{co}}} \quad (3a)$$

$$\frac{\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{co}} = 0.30 \left(\frac{\sigma_c}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \quad (3b)$$

式中, σ_{unlo} 和 ε_{unlo} 分别为卸载时混凝土的应力和应变; 而 σ_c 和 ε_c 分别为式(1)中混凝土的应力和应变; ε_{cp} 为对应于卸载点 (ε_c , σ_c) 的剩余塑性应变; ε_{co} 为混凝土峰值应力 f'_c 对应的应变。

图2所示为本文采用的典型的加载和卸载的混凝土应力应变曲线。

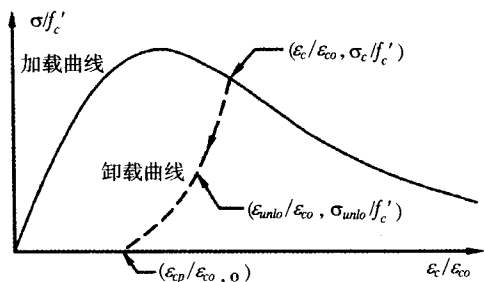


图2 混凝土应力应变曲线

非预应力筋的应力应变关系假定为理想弹塑性,卸载时的弹性模量与初始弹性模量相同,如图3所示。当钢筋的应变 ε_s 增加时,钢筋的应力 σ_s 为:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (4a)$$

$$\sigma_s = f_y \quad (4b)$$

式中, E_s 非预应力筋的弹性模量, f_y 为非预应力筋的屈服强度。非预应力筋屈服后卸载,钢筋的应力 σ_s 与钢筋应变 ε_s 以及剩余应变 ε_{sp} 的关系为:

$$\sigma_s = E_s (\varepsilon_s - \varepsilon_{sp}) \quad (5)$$

$$\varepsilon_{sp} = \varepsilon_s - \sigma_s / E_s \quad (6)$$

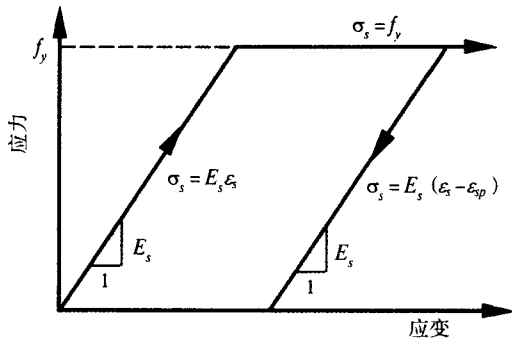


图3 考虑应力路径的非预应力筋的应力应变关系

预应力筋的应力 σ_{ps} 与应变 ϵ_p 关系采用 Menegotto 和 Pinto 建议^[6]的公式:

$$\sigma_{ps} = E_p \epsilon_p \left\{ Q + (1-Q) \left[1 + \left(\frac{E_p \epsilon_p}{K f_{py}} \right)^N \right]^{1/N} \right\} \quad (7a)$$

$$Q = (f_{pu} - K f_{py}) / (E_p \epsilon_{pu} - K f_{py}) \quad (7b)$$

式中, E_p 为预应力筋的弹性模量; f_{py} 为预应力筋的屈服强度; f_{pu} 和 ϵ_{pu} 分别为预应力筋的极限应力和极限应变; N , K , 及 Q 为经验参数, 抗拉极限强度为 1863MPa 的 7 丝钢绞线的经验参数 N , K 及 Q 分别为 7.344, 1.0618 及 0.01174。

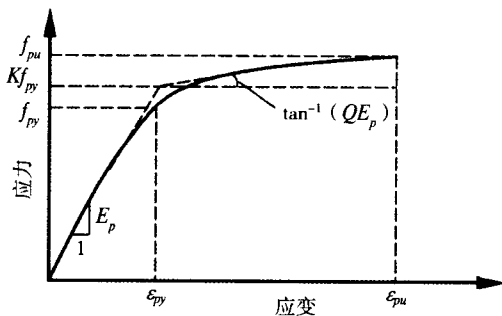


图4 预应力筋的应力应变关系

3.2 数值分析过程

以图5所示的受对称荷载的简支梁为例, 构件最终在跨中形成塑性铰而破坏。由于结构对称及受力对称, 分析时仅取结构的一半来进行计算。结构被划分为如图4所示的 m 个 ($k=1, 2, \dots, m$) 单元的划分。为方便计算, 位于梁跨中的第一个单元为控制单元, 并通过逐步增加该单元顶部混凝土的压应变来模拟构件的外加荷载或外加位移。控制单元的长度为塑性铰长度 l_p 的一半, 而其它单元的长度为 $0.5d_p$, d_p 为预应力筋的重心

至梁顶面的距离。塑性铰长度 l_p 的计算公式采用 Mattock 建议^[7]的公式:

$$l_p = 0.5d_p + 0.05Z \quad (8)$$

式中, Z 为受剪跨长或最大弯矩点至弯矩反向点的距离。

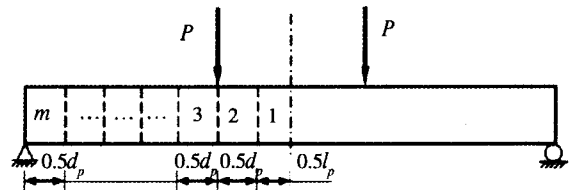


图5 梁单元的划分

对于控制单元截面顶纤维的每一个应变值, 需进行满足下列条件的三重迭代: (1) 所有单元截面上的力必须平衡, (2) 在每个梁单元上, 外部施加的荷载所产生的力及力矩必须与截面上的内部抵抗力及力矩相平衡, (3) 相邻锚具间无粘结预应力筋的平均伸长必须与沿预应力筋处混凝土的平均伸长相容。控制单元截面顶纤维的应变单调增加直到控制单元的弯矩越过其峰值弯矩并下降到峰值弯矩的某一个百分比, 如 0.85 倍的峰值弯矩。按上述流程编制的计算软件可用于三分点加载、跨中一点加载、均布荷载, 以及有粘结或无粘结的直线、抛物线、折线形预应力筋。计算时要求输入构件及其截面的尺寸, 荷载作用形式, 钢筋的截面积, 预应力筋的线形, 材料强度及其应力应变特性。输出数据主要有预应力筋的应力增量, 关键截面的屈服曲率、极限曲率及延性系数, 构件的极限弯矩, 跨中挠度等。

3.3 数值计算结果的验证

通过将数值计算结果与 Du 和 Tao^[8]关于有粘结及无粘结部分预应力混凝土梁试验结果的对比, 表明数值计算结果是正确的。在 Du 和 Tao 的试验中, 试验梁的横截面为 160mm × 280mm, 梁的长度为 4400mm, 计算跨径为 4200mm, 跨高比为 19.1, 加载方式为三分点加载。构件根据综合配筋 (CRI) 指标来划分。综合配筋指标 (CRI) q_0 的定义如下:

$$q_0 = \frac{A_p f_{pe} + A_s f_y}{b d_p f'_c} \quad (9)$$

式中, f_{pe} 为预应力筋的有效应力; f_y 为受拉非预应力筋的屈服强度; f'_c 为混凝土的抗压强度; A_p 为预应力筋的横界面积; A_s 为受拉非预应力筋的横截面积; b 为受压截面的宽度; d 为非预应力受拉钢筋重心至截面顶纤维的距离; d_p 为预应力筋重心至截面顶纤维的距离。A组中的9根梁为无粘结部分预应力混凝土梁, 根据综合配筋指标的大小分为三组, 即低 ($q_0 < 0.15$), 中 ($q_0 = 0.15 \sim 0.25$) 和高 ($q_0 > 0.25$), 每组包含3根试验梁。D组中编号为D-1和D-3的梁为有粘结部分预应力混凝土梁。试验及计算的荷载挠度曲线均呈显三个阶段, 即弹性阶段、开裂弹性阶段及塑性阶段。第一阶段至第二阶段的过渡是由于混凝土的开裂, 而第二阶段至第三阶段的过渡是由于受拉非预应力筋的屈服引起的 (图6)。A组中A-1, A-2和A-3以及D组中D-1和D-3的试验荷载挠度曲线与计算荷载挠度曲线分别如图7中的 (a) 和 (b) 所示。从图7可以看出荷载与跨中挠度曲线的计算值与试验值十分接近。

在 Campbell and Chouinard^[10]的研究中, 进行了6根无粘结部分预应力混凝土 (UPPC) 梁的试验。梁截面为160mm × 280mm, 梁的总长为3600mm, 三分点加载方式。梁的净跨径为3300mm, 跨高比为15。该研究集中在非预应力钢筋对UPPC梁的抗弯强度影响。表1是无粘结预应力筋极限应力 f_{ps} 及UPPC梁抗弯强度 M_u 的计算值与实测值的对比。可以看出, 计算值与实测值比较接近。6根梁无粘结预应力筋极限应力的实测值与计算值之比的平均值为0.993, 标准差为0.028。6根梁抗弯强度的实测值与计算值之比的平均值为1.053, 标准差为0.054。

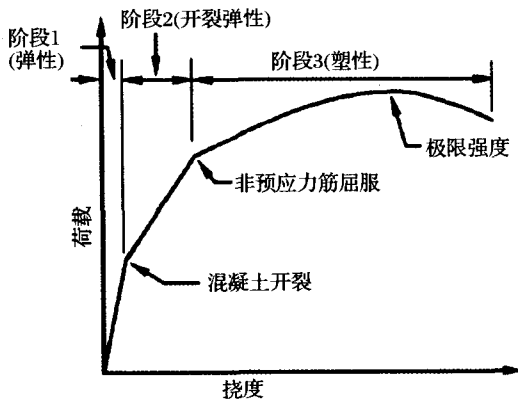
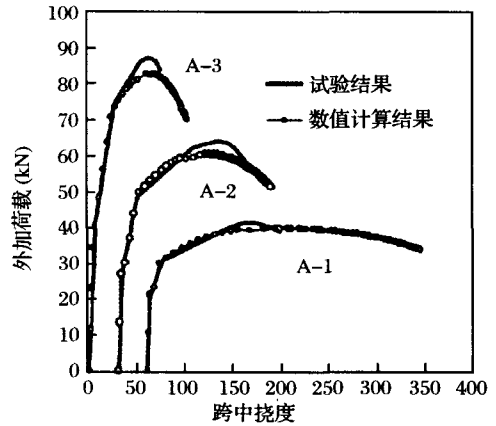
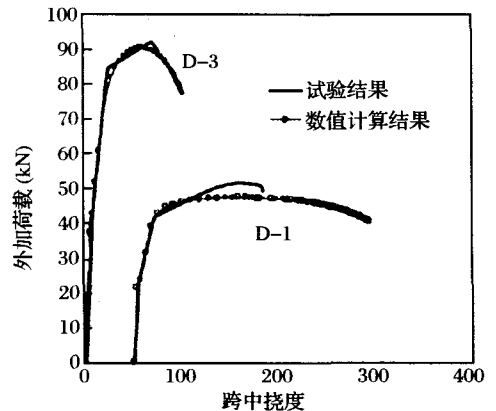


图6 典型的无粘结部分预应力混凝土梁的荷载挠度曲线



(a) 无粘结梁



(b) 有粘结梁

图7 数值计算结果与试验结果对比

表1 无粘结筋极限应力及试验梁截面抗弯极限强度的计算值与试验值的对比

梁号	无粘结筋极限应力 f_{ps}			截面抗弯极限强度 M_u		
	试验值 (MPa)	计算值 (MPa)	误差 (%)	试验值 (kN m)	计算值 (kN m)	误差 (%)
1	1476	1521	3.0	45.5	46.7	2.6
2	1467	1461	-0.4	63.3	58.5	-7.6
3	1381	1325	4.1	81.1	71.8	11.5
4	1348	1382	2.5	98.0	91.5	-6.6
5	1274	1315	3.2	105.5	102	-3.3
6	1269	1272	0.2	120.0	117	-2.5
平均值			0.8			-4.8
标准差			2.8			4.9

4 参数研究

参数研究以图8所示的简支矩形截面梁为对象进行。重点研究了不同参数对无粘结部分预应力混凝土梁延性性能的影响。这些参数包括跨高比、三种不同的常用加载方式、三种预应力筋线形轮廓、不同的综合配筋指标 ω_c 及混凝土抗压强度等。为方便参数分析, 还引入部分预应力比率 (partial prestressing ratio, PPR) 及受压非预应力钢筋指标 γ_c 。PPR及 γ_c 的定义如下:

$$PPR = \frac{A_p f_{pe}}{A_p f_{pe} + A_s f_y} \quad (10)$$

$$\gamma_c = \frac{A'_s f'_y}{A_p f_{pe} + A_s f_y} \quad (11)$$

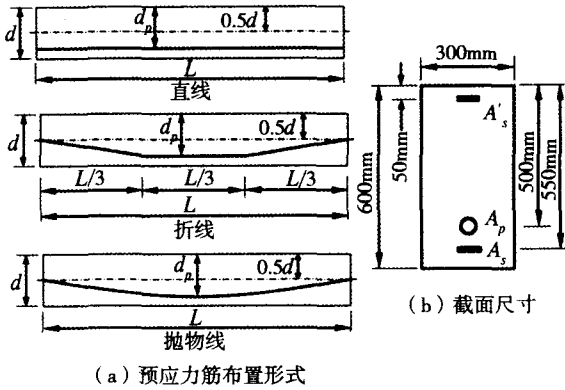


图8 简支梁的预应力筋布置形式及横截面尺寸

4.1 混凝土抗压强度的影响

混凝土抗压强度对曲率延性系数的影响如图9所示，从图中可以看出，对于某个给定的综合配筋指标，曲率延性系数随着混凝土抗压强度的增加而减小。

4.2 有效预应力及PPR对延性的影响

从图10中可以看出，对于某个给定的综合配筋指标，曲率延性系数随着无粘结预应力筋中有效预应力的增加而轻微增加。从图11中可以看出，对于某个给定的综合配筋指标，曲率延性系数随着部分预应力比率PPR的增加而减小；分析中也发现综合配筋指标越高，PPR对曲率延性系数的影响越小。

4.3 跨高比、荷载作用形式及预应力筋布置方式对延性的影响

为研究跨高比对曲率延性系数的影响，所分析计算构件的跨高比5~45之间变化。另外混凝土抗压强度取为60MPa，PPR为0.7，而 f_{pe} 为 $0.7f_{pu}$ 。图12(a)-(c)所示为三种荷载作用形式下跨高比变化对曲率延性系数的影响。从12(a)三分点荷载作用梁来看，对给定的CRI，跨高比对曲率延性系数几乎没有影响。而在跨中一点集中荷载及均布荷载作用下，当CRI较低，如 $q_0 = 0.10$ 时，当跨高比从5增加到15时曲率延性

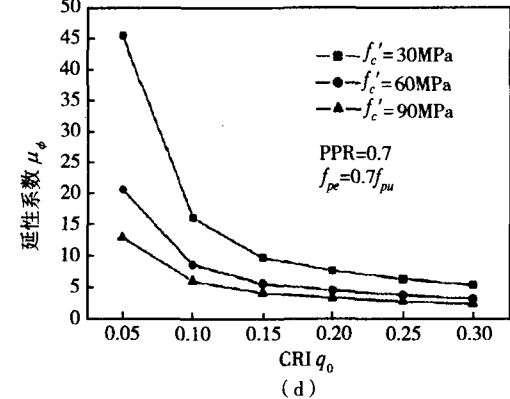
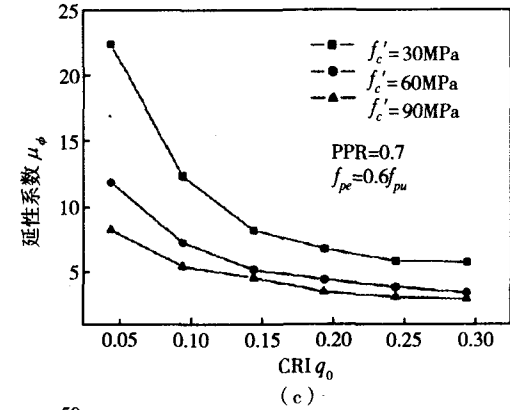
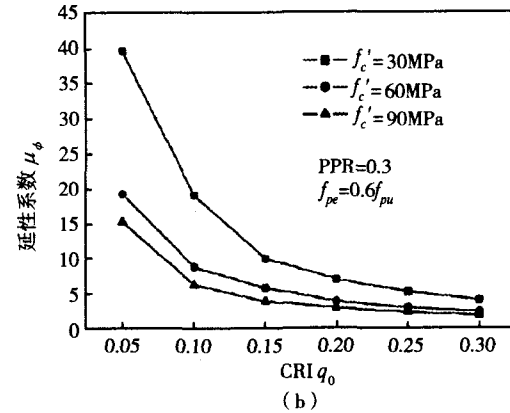
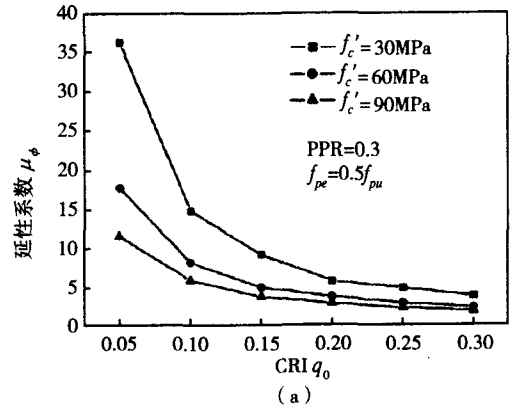


图9 混凝土抗压强度对无粘结配筋梁延性系数的影响：
L/d₀=10 三分点荷载作用下直线布筋梁
(a) PPR=0.3, $f_{pe}=0.5f_{pu}$, (b) PPR=0.3, $f_{pe}=0.6f_{pu}$,
(c) PPR=0.7, $f_{pe}=0.6f_{pu}$, (d) PPR=0.7, $f_{pe}=0.7f_{pu}$

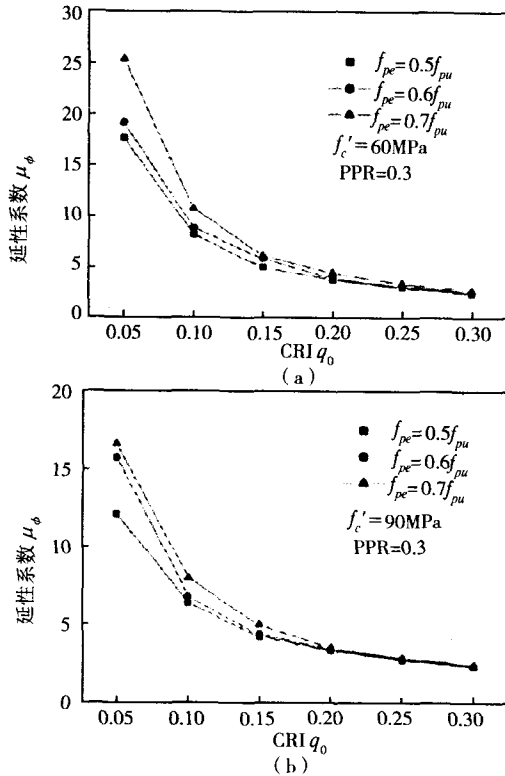


图10 f_{pe} 对无粘结配筋梁延性系数的影响: $L/d_p=10$ 三分点荷载作用下直线布筋梁:

(a) PPR=0.3, $f'_c=60\text{MPa}$, (b) PPR=0.3, $f'_c=90\text{MPa}$

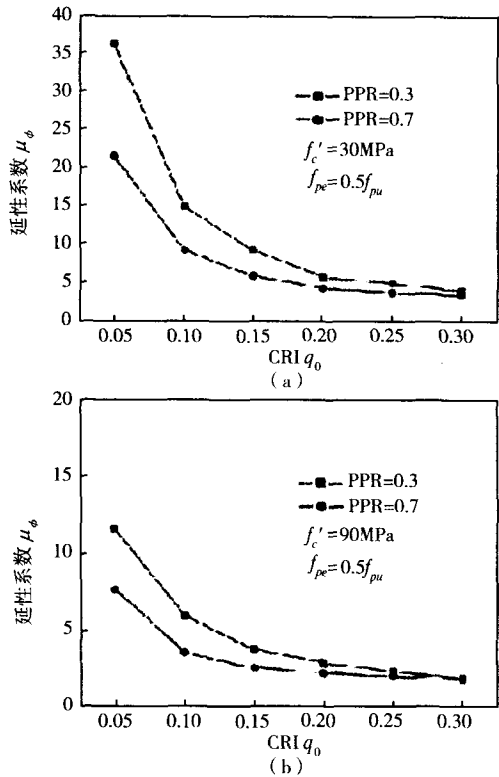


图11 PPR对无粘结配筋梁延性系数的影响: $L/d_p=10$ 三分点荷载作用下直线布筋梁:

(a) $f_{pe}=0.5f_{pu}$, $f'_c=30\text{MPa}$ (b) $f_{pe}=0.5f_{pu}$, $f'_c=90\text{MPa}$

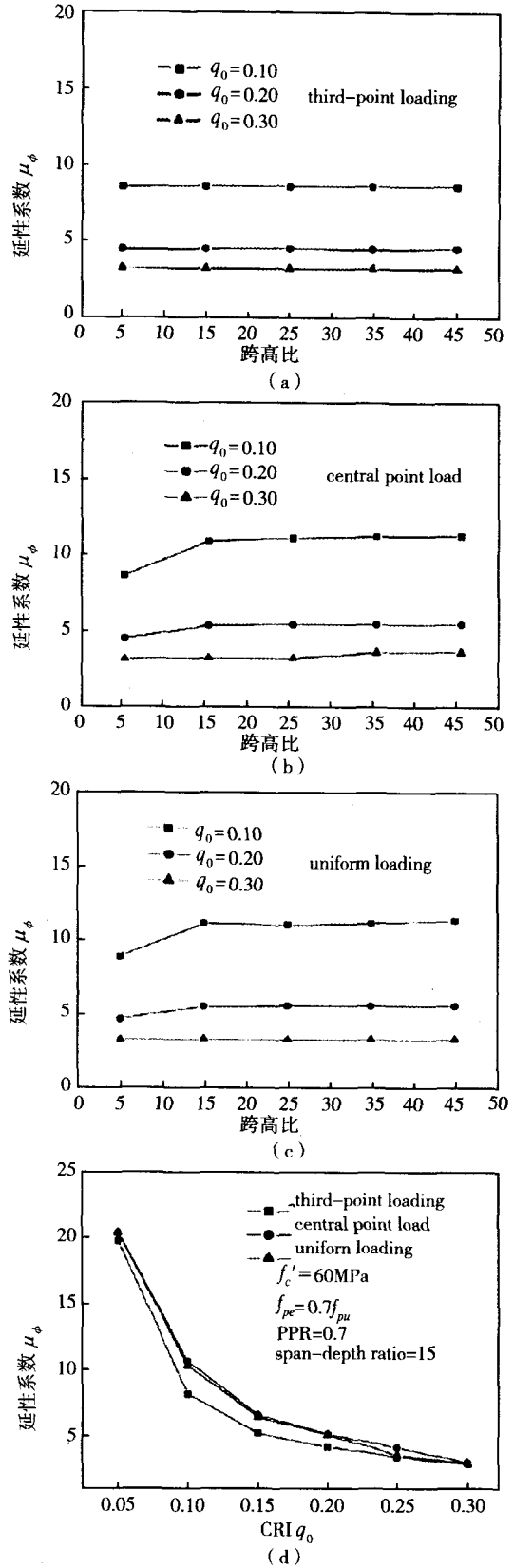


图12 跨高比及荷载作用形式对直线布筋无粘结配筋梁延性系数的影响: (a)三分点荷载 (b)跨中一点集中荷载 (c)均布荷载 (d) $L/d_p=15$

系数增加27%；而当 $CRIq_0 = 0.20 \sim CRIq_0 = 0.30$ 之间时，跨高比对曲率延性系数没有显著影响。

图12 (d) 所示为三种不同荷载作用形式对跨高比为15, $f'_c = 60\text{MPa}$, $PPR = 0.7$ 及 $f_{pe} = 0.7f_{pu}$ 梁的曲率延性系数的影响。当其它条件相同, 对一个给定的 $CRIq_0$, 跨中一点集中荷载作用梁的曲率延性系数比三分点荷载作用梁的曲率延性系数高出值最大达30%；而均布荷载作用梁的曲率延性系数比相应跨中一点集中荷载作用梁的曲率延性系数略微高出一。

针对图8所示的三种无粘结预应力筋布置方式, 对于给定的综合配筋指标 CRI 及荷载作用方式, 配筋布置方式对曲率延性系数几乎没有影响。

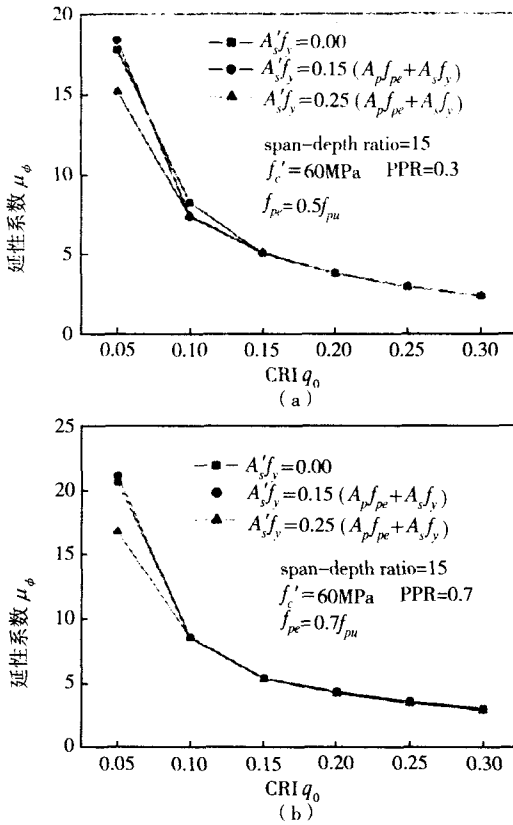


图13 受压钢筋含量对直线布筋三分点荷载作用的无粘结配筋梁延性系数的影响(a) PPR=0.3 (b) PPR=0.7

4.4 受压钢筋含量对延性的影响

采用三种受压钢筋含量 $\gamma_c = 0.0, 0.15$ 及 0.25 来研究受压钢筋含量对曲率延性系数的影响。图9 (a) - (b) 所示为不同受压钢筋含量随综合配筋指标而变化的曲率延性系数情况。当 γ_c 在 $0.0 \sim 0.25$ 间变化时, 从图9可以看出, 并没有一个统一

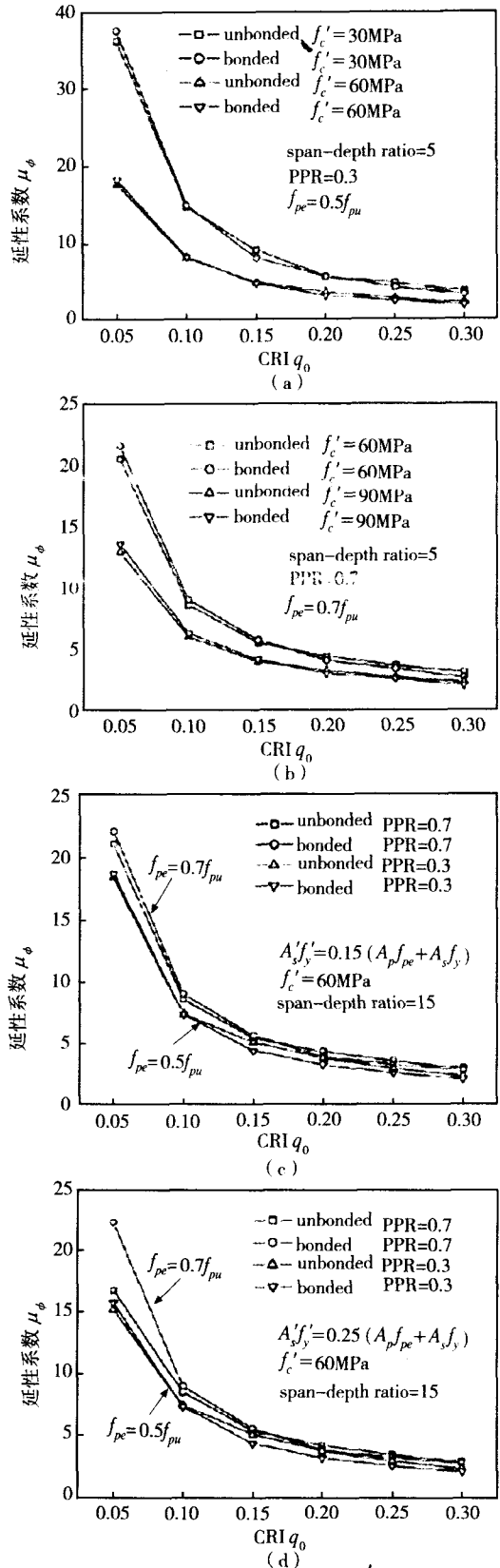


图14 有粘桥梁与无粘桥梁延性系数对比: 直线布筋的三分点荷载作用的梁 (a) PPR=0.3 (B) PPR=0.7 (c) PPR=0.15 (d) PPR=0.25

的变化趋势。但是,当 $CRIq_0 = 0.05$, γ_c 从0.0增加到0.25时,曲率延性系数的增加高达28%。

5 无粘结部分预应力混凝土梁与相应粘结部分预应力混凝土梁的延性对比

对于某一个给定的综合配筋指标 $CRIq_0$,无粘结部分预应力混凝土梁与相应粘结部分预应力混凝土梁的曲率延性系数进行了分析对比。一些典型计算结果如图14(a)~10(b)所示。结果表明,当其它条件相同时,无粘结及有粘结部分预应力混凝土梁曲率延性系数均随综合配筋指标 $CRIq_0$ 的增大而减小。总体而言,当综合配筋指标(CRI)在0.15~0.20之间时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数与相应的有粘结预应力混凝土梁的接近。当综合配筋指标(CRI)大于0.20时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数大于相应的有粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数约10%~15%。当综合配筋指标(CRI)小于0.15时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数小于相应的有粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数;例如当 $CRIq_0 = 0.05$ 时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数小于相应的有粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数高达30%。

6 结论

本文建立了基于增量变形的既适用于有粘结部分预应力混凝土梁亦适用于无粘结部分预应力混凝土梁受力全过程数值分析方法。通过与实际试验结果的对比,表明本文方法是正确的。利用本文所建立的数值方法,对影响无粘结部分预应力混凝土梁延性的因素进行了分析,从而可以得到以下结论:

(1) 无粘结部分预应力混凝土梁的曲率延性系数随综合配筋指标的增加而减小;

(2) 对于某个给定的综合配筋指标,曲率延性系数随着混凝土抗压强度的增加而减小;

(3) 对于某个给定的综合配筋指标,曲率延性系数随着部分预应力比率PPR的增加而减小,并且综合配筋指标越高,PPR对曲率延性系

数的影响越小;

(4) 三分点荷载下,对于某个给定的综合配筋指标,跨高比对无粘结部分预应力混凝土梁的曲率延性系数几乎没有影响。

(5) 当综合配筋指标(CRI)在0.15~0.20之间时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数与相应的有粘结预应力混凝土梁的接近。当综合配筋指标(CRI)大于0.20时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数大于相应的有粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数约10%~15%。当综合配筋指标(CRI)小于0.15时,无粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数小于相应的有粘结预应力混凝土梁的曲率延性系数。

参考文献

- [1] Park R. Ductility evaluation from laboratory and analytical testing. In: Proceedings of the 9th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. VIII. 1988. p. 605-16.
- [2] Au FTK, Du JS, Cheung YK. Service load analysis of unbonded partially prestressed concrete members. Magazine of Concrete Research 2005; 57(4): 199-209.
- [3] Attard MM, Setunge S. The stress-strain relationship of confined and unconfined concrete. ACI Materials Journal 1996; 93(5): 433-42.
- [4] Attard MM, Stewart MG. A two parameter stress block for high-strength concrete. ACI Structural Journal 1998; 95(3): 305-17.
- [5] Bahn BY, Hsu CT. Stress-strain behavior of concrete under cyclic loading. ACI Materials Journal, 1998; 95(2): 178-93.
- [6] Menegotto M, Pinto PE. Method of analysis for cyclically loaded R. C. plane frames, including changes in geometry and non-elastic behavior or elements under combined normal force and bending. In: IABSE Preliminary Report for Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well-Defined Repeated Loads. 1973. p. 15-22.
- [7] Naaman AE. Partially prestressed concrete: review and recommendations. PCI JOURNAL 1985; 30(6): 31-71.
- [8] Mattock AH. Discussion of 'rotational capacity of concrete beams' by Corley, W. Journal of the Structural Division ASCE 1967; 93(2): 519-22.
- [9] Du GC, Tao XK. Ultimate stress of unbonded tendons in partially prestressed concrete beams. PCI Journal 1985; 30(6): 72-91.
- [10] Campbell TI, Chouinard KL. Influence of non-prestressed reinforcement on the strength of unbonded partially prestressed concrete members. ACI Structural Journal 1991; 88(5): 546-51.