

# 预应力结构加固效果的无损检测

仲伟秋

**【摘要】**本文提出了预应力结构中预应力筋内力的一种无损检测方法,进行了公式推导和试验验证,并应用于工程实际中,取得了良好的效果。

**【关键词】**预应力结构 无损检测 内力

## 1. 概述

在我国,预应力技术越来越广泛地应用于建筑结构当中。许多旧有结构,由于承载力不足或刚度不足,而采用预应力筋进行加固,其中有些是用钢筋外露式方法加固的。这些结构的加固效果如何呢?在对工业厂房的鉴定中经常会遇到这样的情况,由于预应力筋加固后年代久远,资料不全,很难确定其目前的工作状态。而对这些加固构件的鉴定又是对整个厂房鉴定的重要组成部分,因此预应力结构加固效果的无损检测研究有重要意义。

## 2. 原理与方法

对于受轴向力的钢筋振动模型,可以采用受轴向力的梁的振动模型。考虑轴向力的梁的自由振动微分方程可写为

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中:  $EJ$ —弯曲刚度

$\rho$ —密度

$A$ —截面面积

$T$ —轴力

采用分离变量法,设  $y(x,t) = Y(x)q(t)$ , 代入

式(1)可得

$$(EJY'')'' - TY'' - \omega^2 \rho AY = 0 \quad (2)$$

$$q''(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (3)$$

式(3)为单自由度体系自由振动方程,  $\omega$  为体系的圆频率。

对于等截面均质梁,式(2)可写为

$$Y^{(4)} - 2\alpha^2 Y'' - \beta^4 Y = 0 \quad (4)$$

式中:  $\alpha^2 = \frac{T}{2EJ}$   $\beta^4 = \omega^2 \frac{\rho A}{EJ}$

式(4)的通解为

$$Y(x) = C_1 \cos \lambda_1 x + C_2 \sin \lambda_1 x + C_3 \cosh \lambda_2 x + C_4 \sinh \lambda_2 x \quad (5)$$

式中:  $\lambda_1^2 = \sqrt{\alpha^4 + \beta^4} - \alpha^2$

$$\lambda_2^2 = \sqrt{\alpha^4 + \beta^4} + \alpha^2$$

假定钢筋两端固定,可得如下自由振动方程

$$2(\lambda_1 l)(\lambda_2 l)[1 - \cos(\lambda_1 l) \cosh(\lambda_2 l)] + [(\lambda_1 l)^2 - (\lambda_2 l)^2] \sin(\lambda_1 l) \sinh(\lambda_2 l) = 0 \quad (6)$$

式中:

$$\lambda_1 l = l \sqrt{-\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 + \beta^4}} \quad (7)$$

$$\lambda_2 l = l \sqrt{\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 + \beta^4}} \quad (8)$$

由于式(6)是超越方程,因此不能从测得

仲伟秋:大连理工大学土木工程结构研究室博士研究生

的频率直接解出钢筋的内力。当钢筋的长度很长时,其动力特性与弦的动力特性相似,引入无量纲量  $\xi = \sqrt{T/EJ} \cdot l$ , 这时  $\xi$  很大,再引入无量纲量  $\eta_n = \frac{f}{f_n} \cdot f_n^h = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho A}}$ , 式中,  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ,  $f_n^h$  为弦的第  $n$  阶固有频率的理论值。将上式代入式 (7) 和式 (8), 则  $\lambda_1 l, \lambda_2 l$  转化为

$$\lambda_1 l = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2n\pi\eta_n}{\xi}\right)^2}} \quad (9)$$

$$\lambda_2 l = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2n\pi\eta_n}{\xi}\right)^2}} \quad (10)$$

再将式 (9) 及式 (10) 代入式 (6), 可得

$$2n\pi\eta_n (1 - \cos\lambda_1 l \cosh\lambda_2 l) + \xi \sin\lambda_1 l \sinh\lambda_2 l = 0 \quad (11)$$

虽然式 (11) 也是超越方程, 但对于给定的  $\xi$  值可用迭代法 (如 N-R 法) 求得  $\eta_n$ 。对于一阶振型, 式 (11) 的精确解可用下式近似

$$\eta = \frac{\xi}{\xi - 2.2} \quad (\xi > 17) \quad (12)$$

$$\eta_1 = 1.075 \sqrt{1 + \left(\frac{6.8}{\xi}\right)^2} \quad (6 < \xi \leq 17) \quad (13)$$

图 1 为式 (11) 精确解和近似解之间的比较, 两者非常一致, 误差在 0.4% 范围内。

当  $\xi$  变小时, 式 (11) 的解迅速增大, 很难获得其精确解, 这些公式不适用于  $\xi$  很小的情况。当  $\xi$  很小时, 钢筋的振动特性与梁相似, 可引入无量纲参数  $\varphi_n = \frac{f}{f_n^b} \cdot f_n^b = \frac{a_n^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho A}}$ , 式中  $f_n^b$  为两端固定梁第  $n$  阶固有频率的理论值, 其中  $a_1 = 4.73, a_2 = 7.853$ 。当钢筋内力为零时 ( $\xi = 0$ ),  $\varphi_n$  为 1。把这些式子代入式 (7) 及式 (8), 则  $\lambda_1 l, \lambda_2 l$  转化为

$$\lambda_1 l = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2a_n^2 \varphi_n}{\xi^2}\right)^2}} \quad (14)$$

$$\lambda_2 l = \frac{\xi}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2a_n^2 \varphi_n}{\xi^2}\right)^2}} \quad (15)$$

将式 (14) 及式 (15) 代入式 (6), 可得

$$2a_n^2 \varphi_n (1 - \cos\lambda_1 l \cosh\lambda_2 l) + \xi^2 \sin\lambda_1 l \sinh\lambda_2 l = 0 \quad (16)$$

对于给定的  $\xi$  值可用迭代法 (如 N-R 法) 求得  $\varphi_n$ 。对于一阶振型, 式 (16) 的精确解可用下式近似

$$\varphi_1 = \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{42}} \quad (0 \leq \xi \leq 6) \quad (17)$$

图 2 所示为式 (16) 精确解和近似解之间的比较, 两者非常一致, 误差在 0.4% 范围内。

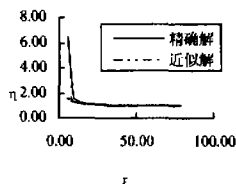


图 1  $\eta$  的精确度和近似值与  $\xi$  的关系

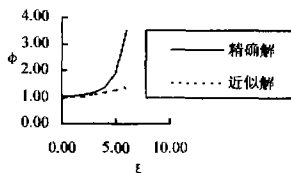


图 2  $\phi$  的精确度和近似值与  $\xi$  的关系

由以上推导出  $\xi$  与  $\eta_n, \varphi_n$  的关系式, 可导出用一阶固有频率计算钢筋内力的实用公式

$$T = 4f_1^2 l^2 \rho A \left[ 1 - 2.20 \frac{C}{f_1} - 0.55 \left( \frac{C}{f_1} \right)^2 \right] \quad (\xi > 17) \quad (18)$$

$$T = 4f_1^2 l^2 \rho A \left[ 10.865 - 11.6 \left( \frac{C}{f_1} \right)^2 \right] \quad (6 < \xi \leq 17) \quad (19)$$

$$T = 4f_1^2 l^2 \rho A \left[ 10.828 - 10.5 \left( \frac{C}{f_1} \right)^2 \right] \quad (0 \leq \xi \leq 6) \quad (20)$$

式中,  $C = \sqrt{EJ/\rho A l^4}$ ,  $f_1$  为一阶固有频率。

对于这一问题,还可以采用能量法来求解。  
对于两端固定(受轴力)的梁其边界条件为:

$$y(0) = y'(l) = 0$$

$$y(l) = y'(0) = 0$$

设振型函数为  $Y = 1 - \cos \frac{2n\pi x}{l}$ , 当只考虑基频时设  $n=1$ , 这时  $Y = 1 - \cos \frac{2\pi x}{l}$ , 把它代入下式

$$\omega^2 = \frac{\int_0^l EI Y''(x)^2 dx + \int_0^l T Y'(x)^2 dx}{\int_0^l \rho A Y(x)^2 dx} \quad (21)$$

$$\text{得到 } \omega^2 = \frac{16EI\pi^4}{3\rho A l^3} + \frac{4\pi^2 T}{3\rho A l^2} \quad (22)$$

$$\text{或 } T = 4f_1^2 l^2 \rho A [0.75 - 9.87(\frac{C}{f_1})^2] \quad (23)$$

式中  $C = \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}}$ ,  $f_1$  为一阶固有频率。

比较能量法与解析法解出式可以看出,能量法是以梁的计算模型为基础计算的,而实际上,工程中应用的预应力钢筋的动力特性不完全与梁相类似。当  $\varepsilon$  很小时,这种情况下其振动特性与梁相似,用能量法与解析法解出的结果相差不大。当  $\varepsilon$  很大时,其振动特性与弦相类似,显然这种情况下再用能量法来解就不太合适,而解析法是通过与弦、梁类简化得出的结果,所以适合应用。

### 3. 试验验证

由试验值与理论公式计算的值相比较,来验证上述公式的实用性。试验用的材料特性如表1所示。

将钢筋放在全能试验机上,两端被试验机夹紧,可以看成固定端。之后用试验机张拉,钢筋所受张力可以由试验机读出,用加速度计测量钢筋的固有频率。测量是采用瞬态激振法,利用锤击产生振动,用加速度计就可以测出钢筋的固有频率。每作用一个力,就可以测出一个一阶固有频率。这次试验用的材料的  $\varepsilon$  值很小,其动力特性与梁相类似,所以采用式(20)来计算其理论值。图3、图4分别为编号2、3的钢筋张拉时内力  $T$  与固有频率之间的关系曲线。由图可见,当轴力较小时其理论近似值大于实验值,其它试验钢筋也有相同结论。这是由于实际测量中,  $N=0$  时,其边界条件并不是真正的固定端,而当轴力增加时,其边界约束也随之增强,两端的边界条件可以看作是固定端,所以实际测量中  $N=0$  时测得的频率与理论计算值相差较大,而当轴力增加时,实测值与理论值相差不大。

### 4. 工程应用

在大连造船新厂和本溪钢铁公司的两座厂房的结构鉴定当中,应用了上述的方法,为预应力结构的鉴定和加固提供了依据,取得了良好的效

表1 用于试验的钢筋材料特性

编号	长度 (m)	直径 (mm)	$\rho A$ (kg/m)	$EJ$ (kN·m <sup>2</sup> )
1	0.88	20	2.45	1.65
2	0.85	20	2.45	1.65
3	0.86	20	2.45	1.65
4	0.90	22	2.97	2.41
5	0.88	22	2.97	2.41
6	0.89	22	2.97	2.41
7	0.87	25	3.82	4.03
8	0.90	25	3.82	4.03
9	0.88	25	3.82	4.03

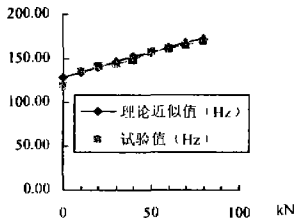


图3 试件2试验与计算比较

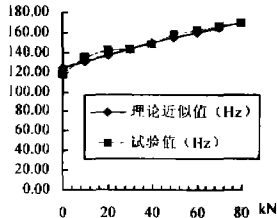


图4 试件3试验与计算比较

果。例如，大连造船厂某车间厂房副跨屋面梁，上弦为矩形截面的混凝土梁，下弦为一根直径为28mm的16锰钢筋，后来又加了两根同样的钢筋，由于资料不详，无法确定目前的工作状态，采用本文的方法首先测得其自振频率，然后再计算出钢筋的内力，计算得知其下弦钢筋处于受拉状态，已承担上弦一部分荷载，经验算上弦满足承载力的要求。

#### 5. 结论

本文利用振动测试方法，结合结构动力学原理，提出了计算受力钢筋内力的实用计算公式，可以从测出的结构固有频率反演出钢筋内力。并通过试验验证了本方法是可行的，而且便于应用。可为老厂房的鉴定提供可靠的科学依据。另外本方法对于测量拉索张力也完全适用。随着我国预应力结构的大量应用和发展，该方法将对高强钢索设计及其张拉控制应力的选取等也具有参考和应用价值。

## 科技精英为建机献计

### 自治区副主席吴恒会见来柳院士专家教授

2月22日，我国一批院士和专家教授应邀汇集市建筑机械总厂，为企业今后的发展战略出谋划策，这是市建筑机械总厂第二次邀请国内科技精英来柳。

市建筑机械总厂是国家建设部定点并集科研、设计、生产以及承担预应力技术施工于一体的国内最大的预应力专业企业，在国内处于领先地位。为积极应对“入世”挑战，厂领导居安思危，力邀国内科技精英为企业的发展出谋划策。

座谈会上，中国科学院院士孙钧、宋振旗，中国工程院院士陈肇元、钱七虎、王思敬以及山

东大学教授、博士后导师朱维申等先后就企业竞争、信息技术运用、混凝土结构耐久性设计等问题发表了具有前瞻性和现实性的真知灼见，令企业领导和技术骨干们受益匪浅。

正在我市调研的自治区副主席吴恒，自治区主席助理、科技厅厅长张正曲，会见了院士和专家教授们。吴恒代表区政府感谢院士和专家教授对广西和柳州市的关心和支持，并肯定了市建机总厂多年来与科技精英保持密切联系，使企业能快速发展壮大的做法。

原载于《柳州日报》2002年2月23日第一版吴嘉成文