

采用VORONOI单元划分的RBSM法 进行简支梁离散极限分析

竹内则雄

一、序言

RBSM是一种结构极限分析的数值分析方法,假定整个结构由两种分布弹簧连接的刚体单元的集合。这种假定可以全面反映影响砼结构破坏的主要因素——裂缝和滑动这种不连续的现象,但是RBSM对破坏模式求解取决于单元划分,因为单元边界条件决定了应变能的大小。当网格划分不能包括破坏模式时,就会得到高于实际破坏荷载的解。另外还要考虑,裂缝形式的不同取决于材料强度分布的不均匀性。

TOI等人在RBSM法单元划分中引入Voronoi棋盘模式来对材料本构关系进行数值分析。这种棋盘模式可以直接作为RBSM法的单元,对任意多边形都适用。但是,人为进行多边形单元划分很困难,因为要形成具参考点的每一区域都相等。所以笔者开发了计算机辅助系统来自动形成棋盘模式,采用伪随机数作为参考点。

本文中,对Voronoi单元划分的几何结构进行了分析,同时对采用Voronoi单元的RBSM法进行简支梁离散极限分析的适用性作了讨论,包括梁尺寸大小对梁强度的影响。所分析的梁处于纯弯状态,材料强度分布影响裂缝的发生和发展。

二、伪随机数的特性

利用计算机按照线性一致方法得出的伪随机数作为Voronoi多边形的参考点。因为Voronoi多边形的几何结构取决于相对首先分析的伪随机数的参考点。

引入自相似形状分块概念对随机数分布进行

数量上分析,如图1所示。耦合的随机数用黑圆点表示,分布于边长为 L 的方格,涂黑的方格内无黑圆点。

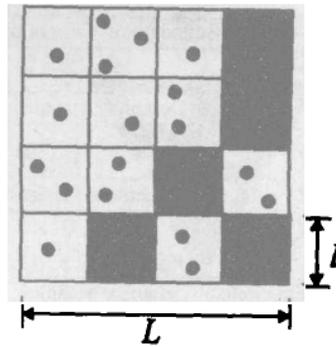


图1 方形网格划分

$1/L$ 与有耦边随机数的方格数的总数的关系用对数标尺如图2,斜率的绝对值表示方格尺寸大小,体现了统计的自相似性。当方格的总数超过500时,可以找到分布规律,因为用回归曲线可以体现出来。由此可以断定超过500点随机数时,足以作为参考点。

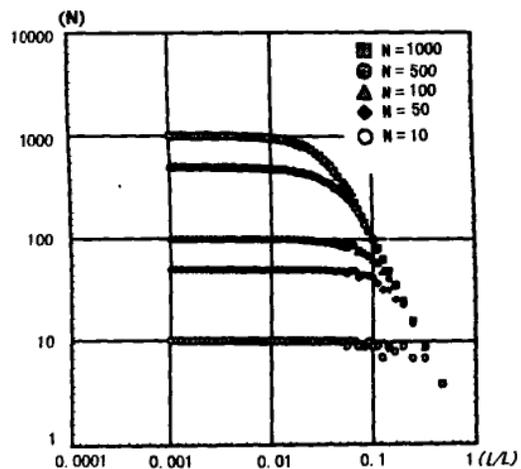


图2 随机数方格曲线

三、Voronoi 棋盘模式的形成

Voronoi 棋盘模式通过连接Delaunay三角形网络的形心形成,如图3所示,参考点作为三角形的顶点。多边形的几何结构与RBSM法的组成一致,应变由相邻单元形心的距离用有限差方法算出,因为相邻多边形形心的连线与其交界线垂直。

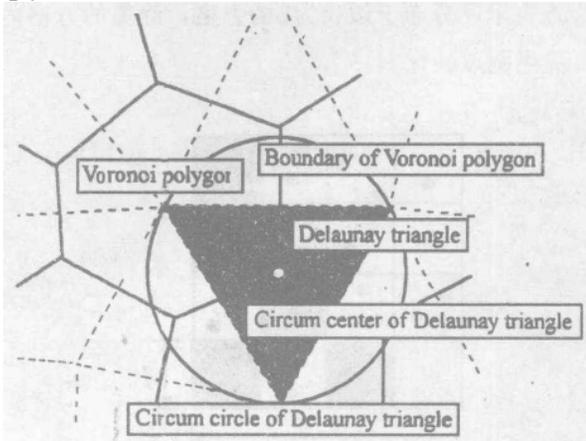


图3 Voronoi棋盘模式和Dealaunay三角形

图4表示按照线性一致方法由1000个随机数参考点形成的多边形的例子,可以看到由伪随机数的特性形成的小多边形。

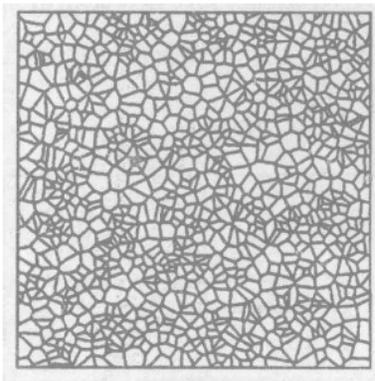


图4 网格划分实例

单元大小的取值要求能对砧结构进行非线性分析,裂缝宽度和开裂能量之间的关系已知,这样,单元面积的频率可以作为单元大小的一个指标确定。

图5中,横轴表示单元面积A与平均单元面

积的比值,用频率的百分数表示。这个图是1000个随机数参考点及其类似趋势的例子,当参考点数量增加时,最大频率发生在 $A/A_{平均}$ 小于1时。

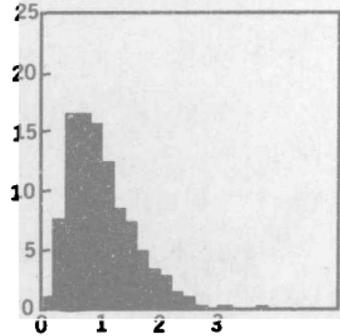


图5 单元面积频率分布

图6表示单元顶点分布,可看出主要形状是六角形,在自然界中六角形通常被看成是稳定的形状。

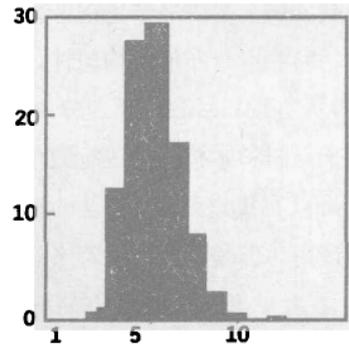


图6 顶点数频率分布

图7表示在极坐标系下,图5中单元边界长度和方向的分布趋势,本例中生成的初始值定为17和31。

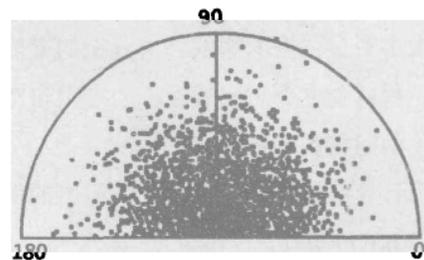


图7 单元边界长度和方向的分布(无方向性)

图8表示初始值定为1和4的另一个例子。图7呈均匀分布,而图8可以很明显的看到135度倾角方向。

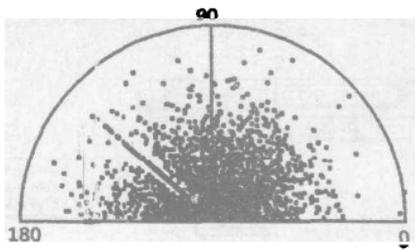


图8 单元边界长度和方向的分布 (有方向性)

四、砼本构关系

图9的破坏曲线表示砼单轴应力-应变曲线, 在数值计算中, 这条曲线近似于三线实线。本文中, F_c 表示抗压强度, 第一屈服强度 $F_{c1}=0.5F_c$, 第二屈服强度 $F_{c2}=0.95F_c$, 刚度折减系数 $\beta=0.5$, 在应变为 ϵ_{cu} (0.3%) 时达到第二屈服强度时, F_{c2} 破坏前保持不变。超过这一点, 达到 $2\epsilon_{cu}$ 时, 应力减小而应变增加很快, 最后应力稳住在 $0.2F_c$ 。张拉缓和效应考虑在内, 应力是按照应变的三次方程式释放的。但是, 本研究中, 引入了关于 (F_t, ϵ_{cr}) 和 $(0, n\epsilon_{cr})$ 的线性函数, 考虑截面尺寸效应, 分别取 $n=40, 20$ 或 10 。

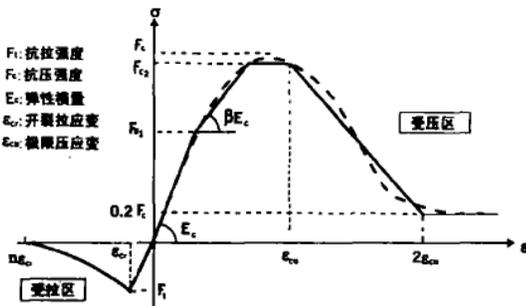


图9 砼应力应变关系

剪切滑移面由摩尔-库仑法则确定, 屈服后, 采用相关的塑变法则, 应用在剪切面上。基于上面的假定, 图10表示采用RBSM法得到的砼屈服和破坏面。0状态表示弹性阶段, 1状态表示开裂面, 2状态剩余应力为0, 图9表示左侧应变从 $n\epsilon_{cr}$ 开始的拉应力状态, 3状态表示第一屈服阶段, 4状态表示第二屈服阶段, 8状态表示标准应变达到图9所示的极限应变 ϵ_{cu} 状态。5状态表示剪切滑移面, 这个阶段以后, 3状态的第一抗

压屈服值产生, 紧接着进入第53剪切面阶段。

五、非线性分析算法

砼结构形状随裂缝发展而变化, 应力在开裂面释放, 释放的应力或荷载引起接近或在加载的极限阶段时的收敛性降低。为了克服这种情况, 我们推荐一种材料非线性分析算法, 对 r_{min} 方法进行了修正, 当计算施加的荷载时, 剩余的荷载再加上释放的力, 同时考虑滑动, 开裂和受压破坏影响。

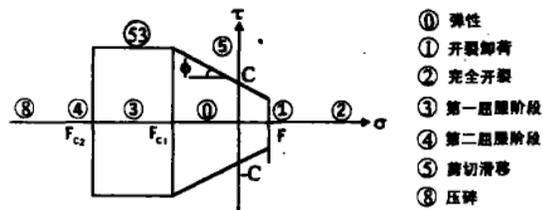


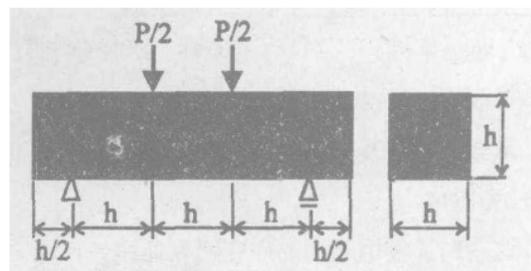
图10 砼屈服和破坏面

但是, 这种算法原来应用于增量加荷方法, 不足以模拟裂缝扩展的细节, 因为简支梁在受弯作用下的破坏是脆性破坏。如果增量位移看作外加荷载时, 这种算法也可用于增量位移方法, 因此, 下面将按照增量位移方法进行非线性分析。

六、简支梁分析

采用Voronoi单元的RBSM法, 简支梁截面大小的影响分析见图11。共分析了三种不同高度的梁, 试件1、试件2和试件3的高度分别为5cm、10cm和20cm。另外采用了两种单元划分, 第一种每个试件的单元面积差不多相同, 另外一种是让每个试件的单元数量一样。

1、相同面积的Voronoi单元的数值实例



(h=50,100,200mm)

图11 简支梁分析模型

所有试件划分的单元面积几乎相同约 1cm^2 ，试件1、试件2和试件3的单元数量大约分别是200、800和3200。另外所有试件还进行了另外一种单元划分，生成单元的随机数的初值不同。图12是一个单元划分的实例。

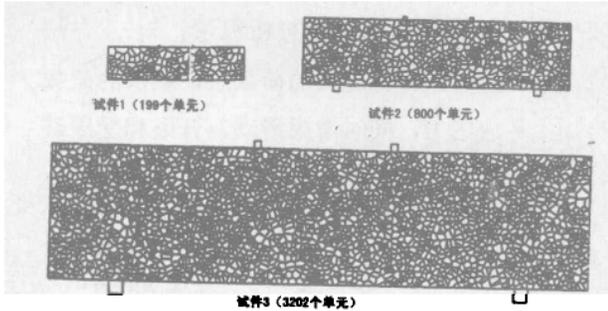


图12 简支梁的Voronoi单元 (平均面积相同)

表1给出了使用的材料特性常数。这些值和由破坏能计算的应变缓和曲线中的临界拉应变值 $20\epsilon_{cr}$ 对所有试件都通用。

表1 砼材料特性常数

| | |
|-----------------|---------|
| 抗压强度 (F_c) | 34.3MPa |
| 抗拉强度 (F_t) | 2.9MPa |
| 粘聚力 (C) | 4.7MPa |
| 内摩擦角 (Φ) | 37.0deg |
| 弹性模量 (E_c) | 27.5GPa |
| 泊松比 (ν) | 0.2 |

裂缝扩展实例见图13所示，开始在纯弯段可以看到一些初始裂缝，逐渐发展，最后形成受拉主裂缝引起结构破坏。

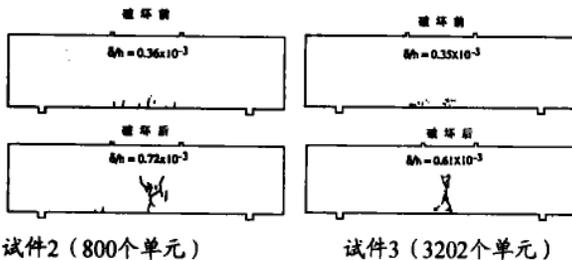


图13 简支梁的裂缝形式 (单元平均面积相同)

承载能力以及施加的荷载和位移的关系分别见表2和图14。

这些例子采用相同的应变缓和曲线，不同高度试件的解，不管是对裂缝扩展还是正常强度情况下，都有一些不同。当试件更长时， $P/(h^2Ft)$

值下降，见图17，这些都表明了梁截面大小的影响。

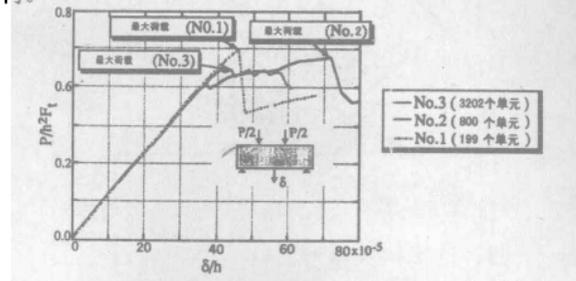


图14 荷载-位移关系 (单元面积相同)

2、相同Voronoi单元数量的数值实例

对具有相同单元数量的试件，试件2的单元划分见图15。试件3的应变缓和曲线中的临界拉应变值设为 $10\epsilon_{cr}$ ，而试件1设为 $40\epsilon_{cr}$ 。其它常数见表1。

表2 最大荷载 (相同面积)

| 试件 | 单元数 | 最大荷载(kN) | $P/(h^2Ft)$ |
|------|------|----------|-------------|
| No.1 | 199 | 3.74 | 0.50 |
| | 200 | 4.19 | 0.56 |
| No.2 | 800 | 13.8 | 0.48 |
| | 798 | 14.1 | 0.49 |
| No.3 | 3202 | 51.6 | 0.45 |
| | 3198 | 49.3 | 0.42 |

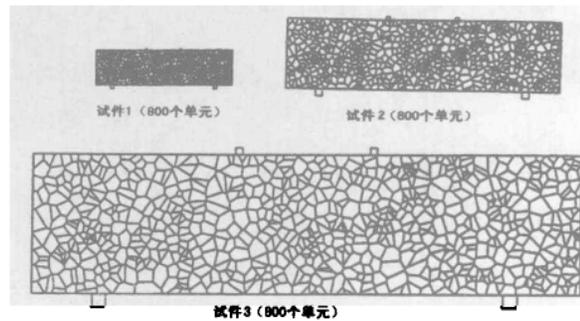


图15 简支梁的Voronoi单元 (单元数量相同)

图16显示了试件2的裂缝扩展情况，所有试件的承载能力列于表3。前两个试件的差别小而最后一个大，说明了尺寸效应的影响，可能是由于受拉中应变缓和曲线的差别引起的。

图17中绘出了本文中得到的数值分析结果，纵轴和横轴分别表示抗弯强度和梁的高度，图中同时也绘出了实测的结果。从图中可以看出由于

尺寸效应, 梁越高, 强度越低。

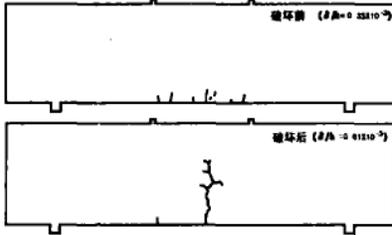


图16 简支梁的裂缝形式 (平均面积相同)

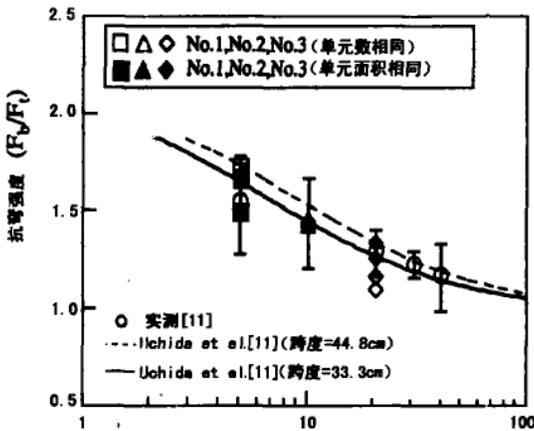


图17 梁高与抗弯强度的关系

七、结论

本文应用RBSM法进行了简支梁的破坏分析, 自动生成Voronoi多边形网格单元系统。结论如下:

1、当随机数超过500时, 可以得出由计算机按线性一致方法生成的随机数的方格, 可以类推

表3 最大荷载 (单元数量相同)

| 单元数 | 试件 | 最大荷载 (KN) | P/ (h ² Ft) |
|-----|------|-----------|------------------------|
| 800 | No.1 | 4.3 | 0.57 |
| | No.2 | 13.8 | 0.48 |
| | No.3 | 44.7 | 0.39 |
| 798 | No.1 | 4.4 | 0.58 |
| | No.2 | 14.1 | 0.49 |
| | No.3 | 43.3 | 0.37 |

超过500个Voronoi多边形的情况。

2、采用Voronoi单元的RBSM法进行砼破坏的非线性分析的有效性已经得到证实, 包括开裂的不连续现象, 即使在破坏模式不能假定的情况下也有效。

3、当受拉时应变缓和曲线由破坏能来定义时, 要考虑砼结构的尺寸效应。由下列原因引起的尺寸效应已得到普遍承认:

- (1) 砼不均匀时, 有强度和缺陷如何分布的问题。
- (2) 砼收缩随构件尺寸的不同而不同。

我们应该从微观的角度来研究砼, 研究当强度和缺陷按照沿Voronoi单元边界概率分布时是否能从数值上来分析尺寸效应。

注: 本文原载于日本平成8年度明星大学工学部土木工学科《计算工学研究室研究年报》, 由柳州欧维姆建筑机械有限公司专家岛山三树男译, 广州城建开发设计院有限公司李英校。

(上接第30页)

试验段第9、第10块衬砌, 预应力施加前在内侧表面出现了一些裂缝, 经观察分析, 该裂缝应为温度裂缝, 预应力施加后这些裂缝得到了闭合, 混凝土衬砌没有再次出现新的裂缝, 说明该预应力结构与预应力施加顺序对控制混凝土衬砌裂缝是很有好处的, 是合理的。

十、试验结果

该试验除了进行以上几方面的观察与测定外, 还进行了预应力随时间变化的测定; 固结灌

浆对衬砌应力的影响; 预应力施加时相邻锚索间的相互影响; 温度与混凝土徐变对衬砌应力的影响等多方面的测定。通过试验使有关人员得到了培训和锻炼, 给以后的生产施工积累了一定的经验; 验证了该系统所应用的锚具和张拉设备性能的高可靠性; 为该结构的推广应用收集了许多宝贵的资料。衬砌的应力分布、裂缝控制等效果都比较理想, 达到了预期的试验目的。