

# 体外索加固工程固有频率有限元分析

朱万旭 郑晓龙 谢正元

**【摘要】** 本文利用计算机有限元分析软件对体外索及简支桥的固有频率进行建模计算,并与理论公式计算结果进行比较。

**关键词** 体外索 固有频率 有限元分析

## 概述

体外预应力体系早在预应力混凝土桥梁发展之初,就曾经被采用过。由于防腐问题未能得到较好地解决,而未能广泛应用。近几年,随着防腐技术方法的改进,结构形式和施工工艺的发展,体外预应力在世界许多国家呈现出快速发展的趋势。其原因主要是体外预应力为后张方式,便于检测,并在不损伤结构部件的情况下,具有可更换索体等优点。它即可用于新建桥梁,也可用于加固已有非预应力混凝土结构和钢结构。

由于体外索安装在桥梁结构之外,因此在采用体外索对桥梁进行加固的工程中,必须验算索与桥两者的固有频率。如果体外索的固有频率为桥梁固有频率的0.8~1.2倍,将会发生共振,而大大降低体外索的疲劳寿命。就必须在体外索上每隔一定距离加上支撑装置,以改变索的固有频率,从而增加了施工工作量和造价。所以对体外索和被加固的桥梁进行固有频率的计算就显得十分必要。

以往多是利用理论公式进行固有频率的计算,此次我们结合公司承担的体外索加固一座简支桥的工程实例,采用理论公式与计算机有限元分析两种方法进行计算和对比。

## 一、固有频率的理论计算

### 1、体外索的固有频率

体外索由7根。φ15.24mm无粘结筋组成,单根绞线强度为1860MPa,应用《结构的稳定及振动分析》(李国豪,项海帆编著),书中预应力索固有频率计算公式为:

$$P = \sqrt{\frac{T}{4mL^2}}$$

式中:P——阶固有频率

T——预加张拉力

m——钢绞线单位长度质量

L——钢绞线长度

$$m = 7 \times 1.13 = 7.9 \text{ kg/m}$$

$$T = 6 \times 139 \times 1860 \times 0.75 = 1163.43 \text{ KN}$$

当 L=30m 时,

$$P_T = \sqrt{\frac{T}{4mL^2}} = \sqrt{\frac{1163.43 \times 10^3}{4 \times 7.9 \times 30^2}} = 6.4 \text{ Hz}$$

当 L=37m 时,

$$P_T = \sqrt{\frac{T}{4mL^2}} = \sqrt{\frac{1163.43 \times 10^3}{4 \times 7.9 \times 37^2}} = 5.2 \text{ Hz}$$

### 2、简支桥的固有频率

计算模型为U型梁加桥面板(如图1),弹性模量按C<sub>30</sub>的弹性模量:E=3.45×10<sup>4</sup>MPa,混凝土密度2500kg/m<sup>3</sup>,桥宽12.6米,桥长按L=30米和L=37米分别计算。

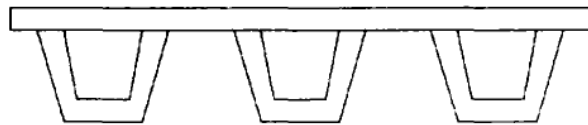


图1 简支桥计算示意图

应用《机械振动》(上册,清华大学出版)简支梁固有频率公式:

$$P = \sqrt{\frac{48EJ}{L^3} \left( m + \frac{17}{35}m' \right)}$$

式中:  $m'$ ——桥自重  $L$ ——桥长  
 $E$ ——弹性模量  $J$ ——桥横截面惯性矩  
 $m$ ——桥中心附加荷载重量  
 (无荷载  $m=0$ )

计算条件: (1) 按简支梁计算两边支座铰接(如图 2);

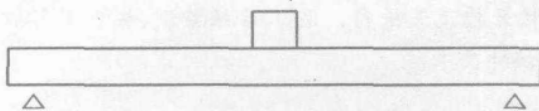


图 2 简支梁铰接合器

(2) 截面惯性矩未计入梁中的钢筋的换算面积。

经计算:  $J = 2.2656m^4, m = 0$

当  $L = 30m$  时,  $m' = 409050kg$

$$P_c = \sqrt{\frac{48EJ}{L^3} \left( m + \frac{17}{35}m' \right)} = 26.45 \text{ rad/s} = 4.2 \text{ Hz}$$

当  $L = 37m$ ,  $m' = 504495kg$

$$P_c = \sqrt{\frac{48EJ}{L^3} \left( m + \frac{17}{35}m' \right)} = 17.4 \text{ rad/s} = 2.77 \text{ Hz}$$

## 二、计算机有限元分析

利用计算机有限元软件建模和计算。

### 1、体外索的有限元分析

#### 1) 分析模型的建立

① 根据体外索实体结构尺寸建立有限元模型(见图 3);

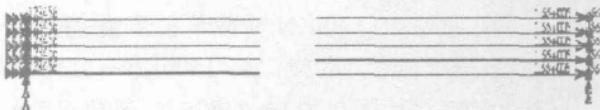


图 3 体外索有限元模型

② 给模型加上载荷及约束;

③ 根据材料特性给模型赋值, 包括泊松比, 阻尼系数, 密度;

### 2) 有限元分析结果

$L = 30m$  时: 一阶固有频率为  $P_T = 6.3 \text{ Hz}$

$L = 37m$  时: 一阶固有频率为  $P_T = 5.1 \text{ Hz}$

### 2、简支桥的有限元分析

#### 1) 分析模型的建立

① 因桥的长度远大于梁壁厚, 采用壳单元建模(见图 4)

② 给模型加上约束;

③ 根据材料特性给模型赋值, 包括泊松比, 阻尼系数, 密度和厚度;

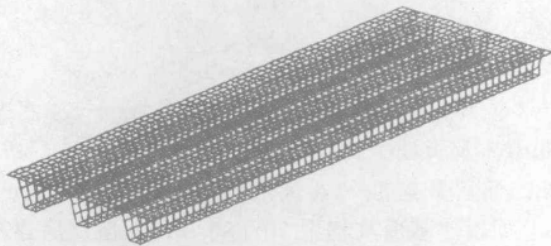


图 4 简支桥的有限元模型

### 2) 有限元分析结果

$L = 30$  米时, 简支桥一阶固有频率为  $P_c = 4.43 \text{ Hz}$ ;

$L = 37$  米时, 简支桥一阶固有频率为  $P_c = 2.98 \text{ Hz}$ 。

## 三、结论

将以上理论计算及计算机分析结果, 综合列表如下:

项目	桥长(m)	体外索固有频率 $P_T$ (HZ)	简支桥固有频率 $P_c$ (HZ)	索与桥固有频率比率
理论计算	30	6.4	4.20	1.52
	37	5.2	2.77	1.88
计算机有限元分析	30	6.3	4.43	1.42
	37	5.1	2.95	1.73

从上表中可以看出:

1、利用计算机有限元建模, 进行体外索及简支桥固有频率的计算与理论计算结果基本上是相吻合的, 体外索与该座简支桥的固有频率之比均在 0.8~1.2 倍之外, 即不会产生共振影响;

2、计算机有限元分析方法是可靠的, 可以进行固有频率的定量计算, 并可以按设计要求, 改变结构和参数, 为优化设计提供依据。